Inga hjälpmedel
Telefonvakt:
Christoffer Standar
0703-08 83 04

Matematik
Göteborgs universitet
H.C. & H.S.K.

Tentamen i Envariabelanalys, MMG200

Måndag den 24 augusti 2015, $14^{00} - 18^{00}$

Varje uppgift ger maximalt 3 poäng utom uppgift 1 som kan ge fyra poäng.

1. (a) Formulera och bevisa *integralkalkylens* medelvärdessats.

   (b) Visa att $\frac{\pi}{e} \leq \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{\sin x} dx \leq \pi e.$

2. Formulera och bevisa satsen om mellanliggande värde.

3. Bestäm tangenten till kurvan $y = e^{x \sin x}$ i den punkt där $x = \pi/2$.

4. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y''(x) + 4y(x) = 4 \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases} .$$

5. Beräkna följande gränsvärden

$$\text{(a)} \quad \lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 3x}{x^2}, \qquad \text{(b)} \quad \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}, \qquad \text{(c)} \quad \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x + e^x}.$$

6. Beräkna

$$\int_0^1 x \arctan x^2 dx \ .$$

7. Finns det en *obegränsad* kontinuerlig funktion på intervallet $(0, 1]$ som är deriverbar på $(0, 1)$ och har *begränsad* derivata?

   (Svaret måste förstås motiveras.)

8. Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} \int_1^x t \sin \frac{1}{t} \, dt \ .$$