

MATEMATIK

Göteborgs Universitet

Tentamen i Matematik 1 (MMG200), Inledande algebra.

Datum: 2016-08-25.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Linnea Hietala, 031-772 5325.

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningar och motiveringarna som ger poäng inte svaret.
För godkänt krävs minst 12 poäng och för väl godkänt minst 18 poäng.

1. Låt G vara en mängd med en operation \star .
 - (a) Ge de fyra axiomen för att G är en abelsk grupp.
 - (b) Ge två exempel på grupper (G, \star) där G är en mängd med 4 element. (4p)
2. Formulera och bevisa binomialsatsen. (3p)
3. Definiera begreppen *delare*, *största gemensamma delare* och *primtal*. (2p)
4. (a) Primtalsfaktorisera 10101.
(b) Beräkna $\text{SGD}(301, 84)$ och bestäm $x, y \in \mathbb{Z}$ sådana att
$$301x + 84y = \text{SGD}(301, 84).$$
(4p)
5. Bland åtta pojkar och sex flickor ska man välja ut sex personer. På hur många sätt kan man göra det om
 - (a) man får välja helt fritt.
 - (b) det måste vara tre flickor och tre pojkar.
 - (c) det måste vara minst två pojkar.Det ska vara explicita svar (d v s inga binomialkoefficienter) och motiveringar för full poäng. (3p)
6. Vi definierar en funktion $F : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ rekursivt genom
$$\begin{cases} F(0) = 0, \\ F(1) = 1, \\ F(n) = 5F(n-1) - 6F(n-2), \quad n \geq 2. \end{cases}$$
Visa att $F(n) = 3^n - 2^n$ för alla $n \in \mathbb{N}$. (3p)

Var god vänd!

7. Låt $n \geq 2$ vara ett heltal och betrakta relationen R på mängden \mathbb{Z} av alla heltal, som definieras av

$$xRy \iff x \equiv y + 3 \pmod{n}.$$

För vilka n är relationen reflexiv? För vilka n är den symmetrisk? För vilka n är den transitiv? (3p)

8. Låt a och b vara två siffror vilka som helst (de behöver inte vara olika) och $ababab$ betecknar det sexsiffriga talet som har a som tiotal, tusental och hundratusental samt b som ental, hundratal och tiotusental. Visa att

$$3 \mid ababab, 7 \mid ababab, 13 \mid ababab \text{ och } 37 \mid ababab.$$

(Om $a = 0$ så blir det inte sexsiffrigt, men påståendet gäller då också.) (3p)

Tentorna beräknas vara färdiggrättade senast den 15 september. Ditt resultat meddelas via (GU-)mail från Ladok. Skrivningar kan granskas och hämtas ut på expeditionen.

LYCKA TILL!

Stefan.