Inga hjälpmedel
Telefonvakt:
Hasse Carlsson
0736-698690

Matematik
Göteborgs universitet
H.C. & S.J

Tentamen i Envariabelanalys, MMG200

Fredag den 15 januari 2016, $08^{30} - 12^{30}$

Varje uppgift ger maximalt 3 poäng utom uppgift 2 som kan ge fyra poäng.

1. Visa att om f har extremvärde i en inre punkt x_0 i definitionsintervallet och om f är deriverbar i x_0 så är $f'(x_0) = 0$.

2. (a) Formulera och bevisa *integralkalkylens* medelvärdessats.

   (3p)

   (b) Visa att

$$\lim_{x\to\infty} \int_x^{x+1} \cos\frac{1}{t}dt = 1 \ .$$

   (1p)

3. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_0^{\infty} \sqrt{x}e^{-\sqrt{x}}dx \ .$$

4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \dfrac{x^2+5}{x+2}$. Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter.

5. Definiera funktionen f genom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x^2-1}, & x > 0, \quad x \neq 1, \\ 1, & x = 1 \end{cases}$$

   Avgör om f är kontinuerlig.

Vänd!

6. Notera att $z = 1$ är en lösning till ekvationen

$$z^3 - (2+i)z^2 - (1-3i)z + 2 - 2i = 0.$$

Bestäm övriga lösningar (även eventuella icke-reella).

7. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + 2 = x^2 \\ y(0) = 1, y'(0) = 0 \end{cases} .$$

8. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \to \infty} \sqrt[4]{x^4 + x^3} - x \, .$$