

MMG200 Envariabelsanalys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: G: 14-21 poäng, VG: 22-25 poäng (22-31 poäng inklusive eventuella duggapoäng).

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Varje uppgift omfattar 3 poäng utom uppgift 1 som omfattar 4 poäng. Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

- (a) Formulera och bevisa analysens fundamentalsats.
(b) Beräkna derivatan av

$$-\int_{\sin(x)}^{\cos(x)} \sqrt{1-t^2} dt, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}.$$

- Beräkna följande gränsvärden om de existerar

- $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(2x)}{x^2 - \pi^2}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^6 + x^3 + 1} - \sqrt{x^6 - x^3 + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x) - \sin(x)}{x^3 \cos(x)}$

- Bestäm alla primitiva funktioner till

$$f(x) = \frac{\sin(2x)}{1 + \sin(x) + \cos^2(x)}.$$

- Beräkna alla extrempunkter av $f(x) = \cos(e^x - 1)$ med $x \in \mathbb{R}$.
- Beräkna arean av det begränsade område som avgränsas av parabeln $y = 2x - x^2$ och den räta linjen $x + y = 0$.
- Lös differentialekvationen

$$y''(x) + 2y'(x) - 3y(x) = (x + 1)e^x.$$

Var god vänd!

7. Komplexa tal:

(a) Skriv $7e^{i\pi} + 2e^{i\pi/2} + \frac{2}{1+i}$ som $a + ib$ med $a \in \mathbb{R}$ och $b \in \mathbb{R}$.

(b) Hitta alla lösningar i \mathbb{C} till ekvationen: $z^3 + 27 = 0$.

8. Bevisa att om $\lim f(x) = M$ och $\lim g(x) = L$, sedan gäller

$$\lim (f(x) + g(x)) = ML.$$

(Hinweis: Ni får anta att, om $L \neq 0$, $\lim(f(x)/g(x)) = M/L$).

Lycka till!
Julie och Hossein