

MMG200 Envariabelsanalys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: G: 14-21 poäng, VG: 22-25 poäng (22-31 poäng inklusive eventuella duggapoäng).

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Varje uppgift omfattar 3 poäng utom uppgift 1 som omfattar 4 poäng. Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

1. (a) Antag att $\lim f(x) = L$ och $\lim g(x) = M$ där L och M är reella tal. Visa att

$$\lim f(x) + g(x) = L + M.$$

- (b) Formulera och bevisa integralkalkylens medelvärdessats.

2. Beräkna följande gränsvärden om de existerar

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^3 + 2x^2)}{5 \ln(4x^5)}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin(x)} - \sqrt{1 - \sin(x)}}{\tan(x)}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{2x-1}$

3. Bestäm alla primitiva funktioner till

$$f(x) = \frac{\arctan(\sqrt{x})}{\sqrt{x}(1+x)}.$$

4. Lös differentialekvationen

$$(x^2 + 1)y' + x(y^2 + y) = 0.$$

5. Beräkna det största och minsta värdet av funktionen $f(x) = e^{\sin(x^2)}$ på intervallet $[-1, 1]$.

6. Lös differentialekvationen

$$y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = \cos(2x).$$

Var god vänd!

7. Bestäm de reella konstanterna a och b så att

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a(\ln(1+x))^3}{(b - \cos(x)) \sin(x)} = 1.$$

8. En funktion f uppfyller följande fyra egenskaper:

(i) $f(0) = 0$,

(ii) f är kontinuerlig på intervallet $[0, 1]$,

(iii) f är deriverbar på intervallet $]0, 1[$,

(iv) $f'(x) = 1$ för alla $x \in]0, 1[$.

Bestäm f , (dvs härled vad f måste vara utifrån dessa egenskaper).

Lycka till!
Julie och Hossein