

MMG200 Envariabelsanalys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: G: 14-21 poäng, VG: 22-25 poäng (22-31 poäng inklusive eventuella duggapoäng).

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Varje uppgift omfattar 3 poäng utom uppgift 1 som omfattar 4 poäng. Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

1. Antag att $\lim f(x) = L$ och $\lim g(x) = 0$, där $L \in \mathbb{R}$. Visa att:

(a) $\lim f(x)g(x) = 0$

(b) $\lim f(x) + g(x) = L$

2. Beräkna följande gränsvärden om de existerar

(i) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(2x)}{x^2 - \pi^2}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(20x^2 + 3x + 5)}{\ln(x^{10})}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2) - \sin^2(x)}{1 - \cos(x^2)}$

3. Bestäm alla primitiva funktioner till

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt[3]{x})}.$$

4. Beräkna alla extrempunkter till $f(x) = \ln(\cos(\pi x) + 2)$ där $x \in \mathbb{R}$. Beräkna även motsvarande extremvärden.

5. Området givet av $0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$ och $1 \leq x \leq 2$ roteras kring x -axeln. Beräkna rotationskroppens volym.

Var god vänd!

6. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + y(x) = \sin^2(x) \\ y(0) = 1, y'(0) = 2 \end{cases}$$

7. Beräkna derivatan av

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

med hjälp av derivatans definition.

8. Bestäm konstanten $a \in \mathbb{R}$ så att gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{a \ln(1 + 2x)}{x \tan(x)} \right)$$

existerar. Beräkna sedan detta gränsvärde.

Lycka till!
Julie och Hossein