MATEMATIK
Göteborgs Universitet
Tentamen

Inga hjälpmedel
Datum: 27-04-18 kl. 08.30–12.30
Telefonvakt: Gustav Kettil , ankn. 5325 .

Linjär algebra, MMG200 del 2.

Skriv din kod på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 12 - 17 p. ger betyget G, 18 - 25 p. ger betyget VG.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida.
Uppgift 1 kan ge 4p. Övriga kan ge 3p. Ordlista finns på baksidan.

---

1. Nedan ges åtta påståenden. Avgör för vart och ett av dem om det är sant eller falskt. Du behöver ej ge motiveringar utan svarar bara sant eller falskt. Rätt svar ger 0,5 p, fel svar -0,5 p och inget svar ger 0 p. Dock inte mindre än 0 p på hela uppgiften.
   (a) Linjen $(x, y, z) = (1 + t, -2 + t, 2t)$ är vinkelrät mot planet $x - 5y + 2z = 7$
   (b) $\lambda = 1$ är ett egenvärde till matrisen $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
   (c) Om $\det A = 0$ så finns en vektor $\boldsymbol{b}$ så att ekvatonssystemet $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ saknar lösning.
   (d) En 3×3 – matris har alltid minst en egenvektor.
   (e) Om $\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_3}, \boldsymbol{v_4}$ är linjärt beroende så är också $\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_3}$ linjärt beroende.
   (f) Om $A = PBP^{-1}$ där P är inverterbar så har A och B samma egenvärden
   (g) Om A har 3 pivotkolonner så är $\mathrm{Col}(A)$ en delmängd av R^3.
   (h) Om $\boldsymbol{x_1}, ..., \boldsymbol{x_p}$ är linjärt beroende vektorer i $\boldsymbol{R}^n$ så är var och en av dem en linjärkombination av de övriga.

2. (a) Visa att om A är inverterbar så har ekvationen $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ en entydig lösning.
   (b) Visa att om A och B är ivnerterbara $n \times n$ – matriser så är också AB inverterbar.
   (c) Visa att nollrummet till en är $m \times n$ – matris är ett undrrum till R^n.

3. Visa att om $\boldsymbol{v}_1, ..., \boldsymbol{v}_p$ är vektorer i $\boldsymbol{R}^n$ där $p > n$ så är de linjärt beroende.

4. Bestäm ekvationen fär det plan som innehåller linjen $x - 2 = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{2}$ och punkten $(1, 1, 2)$.

5. Diagonalisera matrisen $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ samt beräkna A^6.

6. Lös approximativt med minstakvadratmetoden ekvationssystemet $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ y = 1 \\ y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$

   Bestäm också felvektorn .

7. Bestäm för varje värde på a en bas för kolonnrummet samt nollrummets dimension,
   för matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ a & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$.

8. Bestäm en ON-bas för ortogonala komplimentet till det rum som spänns av vektorerna $(1, 0, 0, -1, 0)^T$, $(0, -1, 1, 0, 1)^T$ och $(-1, 0, 0, 0, 1)^T$

Lycka till!
Sven