

Linjär algebra, MMG200 del 2.

Skriv din kod på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 12 - 17 p. ger betyget G, 18 - 25 p. ger betyget VG.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida.
Uppgift 1 kan ge 4p. Övriga kan ge 3p. Ordlista finns på baksidan.

1. Nedan ges åtta påståenden. Avgör för vart och ett av dem om det är sant eller falskt. Du behöver ej ge motiveringar utan svarar bara sant eller falskt. Rätt svar ger 0,5 p, fel svar -0,5 p och inget svar ger 0 p. Dock inte mindre än 0 p på hela uppgiften.
 - (a) Om matriserna A och B är kvadratiska, $\det A \neq 0$ så gäller att $AB = 0 \Rightarrow B = 0$ (nollmatrisen).
 - (b) Om A är en $m \times n$ - matris och $n > m$ så har $\text{Nul}(A)$ dimension > 0 .
 - (c) Om x_1, \dots, x_p är linjärt beroende vektorer i R^n så är var och en av dem en linjärkombination av de övriga.
 - (d) Planet $x + 2y - z = 0$ är vinkelrätt mot planet $x - y - z = 6$.
 - (e) Vektorn $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ är egenvektor till matrisen $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.
 - (f) Om $A = PBP^{-1}$ där P är inverterbar så har A och B samma egenvärden
 - (g) Om x_1 och x_2 båda är lösningar till ekvationssystemet $Ax = 0$ så är även $2x_1 - x_2$ en lösning.
 - (h) En 4×4 - matris har alltid minst en reell egenvektor.

2. Formulera och bevisa Pythagoras sats i R^n

3. Visa att om T är en linjär avbildning från R^n till R^m så är $T(x) = Ax$ där kolonnerna i A utgörs av vektorerna $T(e_1), \dots, T(e_n)$ där e_1, \dots, e_n är standardbasen i R^n .

4. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkterna $(1,0,1)$, $(2,1,1)$ och $(-1,1,2)$

5. Avgör för vilka värden på a som följande ekvationssystem har entydig lösning, många lösningar respektive ingen lösning.

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -x + ay + 2z = 1 \\ -2x + 2y + az = a \end{cases}$$

6. Diagonalisera matrisen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, dvs bestäm en ortogonalmatris P och en diagonalmatris D så att $A = PDP^{-1}$.

7. Bestäm var sin bas för nollrummet och kolonnrummet till matrisen $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & -3 & -6 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

8. Om den kvadratiska matrisen A vet vi att alla egenvärden är > 0 och att $A^3 = A$. Visa att $A = I$, identitetsmatrisen.

Lycka till!

Lista ordlista över linjär algebra.

Engelskt ord
 adjunkt, adjugate
 algorithm
 angle
 augmented matrix
 auxiliary (equation)
 backward (phase)
 basic variable
 basis
 belongs to
 change of basis
 collinear (vectors)
 column
 column space
 composition of linear transformations
 condition
 condition number
 consistent system
 constraint
 dimension
 distinct
 domain
 dot product
 echelon (matrix)
 eigenvalue, egenvektor
 equivalent
 finite (dimensional)
 forward (phase)
 general solution
 homogeneous equation
 identity matrix
 if and only if
 image
 inconsistent (system)
 inner product
 inverse, invertible
 kernel
 least-square (method)

Svenskt ord

adjunkt, adjungerad matris
 algoritm, räkneschema
 vinkel
 totalmatris, utvidgad matris
 hjälp(ekvation), ibl. karakteristisk ekvation
 bakåt (fas)
 bunden variabel, basvariabel,
 bas
 tillhör
 basbyte
 parallella (vektorer)
 kolonn
 kolonnrum
 sammansatt linjär avbildning
 villkor
 konditionstal
 lösbart system
 restriktion, villkor
 dimension
 distinkta, obika
 definitionsmängd
 skalärprodukt
 trappstegs(matris)
 egenvärde, egenvektor
 ekvivalent, likvärdig
 ändligt (dimensionel)
 framåt (fas)
 allmän lösning
 homogen ekvation
 enhets matris, identitets matris
 om och endast om
 bild
 olösbart (system)
 skalärprodukt
 Invers, inverterbar
 kärna, nollrum
 minsta-kvadrat(-metoden)

linear combination
 linearly (in)dependent
 linear span
 lower triangular
 mapping
 necessary (condition)
 nonsingular (matrix)
 nontrivial (solution)
 null space
 one-to-one
 onto
 orthonormal
 overdetermined system
 range
 rank
 reduced echelon matrix
 row space
 satisfy
 set
 singular
 solution
 solution set
 span, linear span
 spanning set
 submatrix
 subspace
 sufficient condition
 trace
 transfer matrix
 transformation
 transpose
 underdetermined system
 unique
 unit vector
 upper triangular
 vector space
 weight
 zero(vector)

linjär kombination
 linjärt (o)beroende
 linjärt hölje
 undre triangulär
 avbildning, transformation
 nödvändigt (villkor)
 inverterbar (matris), icke-singulär
 icke-trivial (lösning)
 nollrum
 injektiv (ev. en-tydig)
 surjektiv, på
 ortonormerad
 överbestämt system
 värdomängd
 rang
 radkanonisk matris, reducerad trappstegsmatris
 radrum
 satisfiera, uppfylla
 mängd
 icke-inverterbar, singulär
 lösning
 lösningsmängd
 (linjärt) hölje
 mängd som spänner upp, uppspannande mängd
 undermatris
 undererrum, delrum
 tillräckligt villkor
 spår
 överföringsmatris
 transformation, avbildning
 transponat
 underbestämt system
 entydigt beständ
 enhetsvektor
 övre triangulär
 vektorrum, linjärt rum
 vikt
 noll(vektor)