# Lösningsförslag – Tentamen 2018-08-22

**1**

a) Alla värden på $a$.

b) $\bar{u} \bullet (\bar{v} \times \bar{w}) = -2$.

c) Definitionsmängden är $\mathbb{R}^5$. Målmängden är $\mathbb{R}^2$.

d) Skärningspunkten är $(x_0, y_0) = (3, 5)$.

---

**2**

a) Se kursens kompendium sid 20.

b) Se kursboken sid 357.

---

**3**

a) Låt $\bar{v}_1, \ldots, \bar{v}_r \in \mathbb{R}^n$. Det linjära höljet av $\bar{v}_1, \ldots, \bar{v}_r$ är mängden av alla möjliga linjärkombinationer av vektorerna $\bar{v}_1, \ldots, \bar{v}_r$.

b) Vi ställer upp totalmatrisen för systemet och fortsätter sedan med Gauss-elimination:

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 & 7 \\ 2 & 1 & -5 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -10 & 1 & 5 & 8 \\ 1 & 0 & -3 & -1 & 1 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{c} (-2)\ (-3)\ (-1) \\ \\ \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 & 7 \\ 0 & -3 & -3 & -4 & 6 & -15 \\ 0 & -7 & -7 & -2 & 14 & -13 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & 4 & -8 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ \\ \\ \times(-\tfrac{1}{2}) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -7 & -7 & -2 & 14 & -13 \\ 0 & -3 & -3 & -4 & 6 & -15 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ (7)\ (3) \\ \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ \\ \times(\tfrac{1}{5}) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ \\ (1) \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ \\ (-1) \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \overset{-2}{} \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Nu läser vi av lösningarna till systemet: Det är inga ledande 1:or i kolumnerna 3 och 5. Dessa blir fria variabler. Sätt $x_3 = s$ och $x_5 = t$. Från den reducerade trappstegsmatrisen får vi då:

$$\begin{cases} x_4 = 3 \\ x_2 = 1 - s + 2t \\ x_1 = 2 + 3s - t \end{cases}.$$

Svar: Lösningarna är $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (2 + 3s - t,\ 1 - s + 2t,\ s,\ 3,\ t)$, $s, t \in \mathbb{R}$.

---

$\boxed{4}$ a) Observera att $F(\bar{e}_1) = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $F(\bar{e}_2) = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ och $F(\bar{e}_3) = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix}$,

där $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ är standardbasvektorerna i $\mathbb{R}^3$. Det följer att standardmatrisen är

$$A = \left( F(\bar{e}_1) \quad F(\bar{e}_2) \quad F(\bar{e}_3) \right) = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ -1 & -7 & 7 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & -6 \end{pmatrix}.$$

b) Vi använder Sats 12 (sid 94 i kursboken) som säger att $F$ är injektiv omm $\{ F(\bar{e}_1), F(\bar{e}_2), F(\bar{e}_3) \}$ är linjärt oberoende.

Vi behöver alltså avgöra om det finns icketriviala lösningar till ekvationen

$$x_1 F(\bar{e}_1) + x_2 F(\bar{e}_2) + x_3 F(\bar{e}_3) = \bar{0} \iff x_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (*)$$

Vi ställer upp totalmatrisen för detta system och eliminerar:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 4 & 3 & 0 \\ -1 & -7 & 7 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -6 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 0 \\ -1 & -7 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -6 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} 1 & -3 \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & 5 & 0 \\ 0 & -5 & 9 & 0 \\ 0 & 2 & -6 & 0 \end{array}\right) \left(\times\tfrac{1}{2}\right)$$

3

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & -5 & 9 & 0 \\ 0 & -4 & 5 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ \\ ⑤ ④ \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ \\ \cdot(-\frac{1}{6}) \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim$$

$$\cdots \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad \Longleftrightarrow \quad (x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 0).$$

<u>Alltså</u>: Ekvationen (*) har endast den triviala lösningen $\Rightarrow \{F(\bar{e}_1), F(\bar{e}_2), F(\bar{e}_3)\}$ är linjärt oberoende. Det följer att $F$ är <u>injektiv</u>.

c) Från Sats 12 får vi också att $F$ är surjektiv omm $\text{span}\{F(\bar{e}_1), F(\bar{e}_2), F(\bar{e}_3)\} = \mathbb{R}^4$.

Frågan är alltså om $(F(\bar{e}_1)\ F(\bar{e}_2)\ F(\bar{e}_3) \mid \bar{b})$ har en lösning för varje $\bar{b} \in \mathbb{R}^4$.

För att detta ska inträffa måste det finnas ett pivotelement i varje rad i matrisen $A = \left(F(\bar{e}_1)\ F(\bar{e}_2)\ F(\bar{e}_3)\right)$. Men, $A$ har fler rader än kolumner så $(A \mid \bar{b})$ har inte en lösning för varje $\bar{b} \in \mathbb{R}^4$. Det följer att $F$ <u>inte</u> är surjektiv.

---

$\boxed{5}$ a) Observera att matrisen $A$ är symmetrisk. Alltså är $A$ ortogonalt diagonaliserbar.

<u>Steg 1: Bestäm A's egenvärden</u>: Den karaktäristiska ekvationen är

$$0 = \det(A - \lambda I_3) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 2 & 2 \\ 2 & 4-\lambda & 2 \\ 2 & 2 & 4-\lambda \end{vmatrix} \underset{\text{Kofaktorutveckling längs rad 1}}{=} (4-\lambda)\begin{vmatrix} 4-\lambda & 2 \\ 2 & 4-\lambda \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4-\lambda \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 4-\lambda \\ 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= \ldots = -\lambda^3 + 12\lambda^2 - 36\lambda + 32 \underset{\text{Faktorisera genom att söka efter en rot.}}{=} (\lambda-2)(-\lambda^2 + 10\lambda - 16) = -(\lambda-2)(\lambda-2)(\lambda-8)$$

Karaktäristiska ekvationen är alltså $(\lambda-2)^2(\lambda-8) = 0$

$\Rightarrow$ Egenvärden: $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ och $\lambda_3 = 8$.

Steg 2: Bestäm motsvarande egenrum:

Egenrummet hörande till $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$: Vi löser ekvationssystemet $(A - 2I_3)\bar{x} = \bar{0}$

$$\Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Allmän lösning:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} -s-t \\ s \\ t \end{pmatrix} = s\underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{=\bar{u}_1} + t\underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{=\bar{u}_2}$$

$s, t \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow B = \{\bar{u}_1, \bar{u}_2\}$ är en bas i egenrummet $E_2$ hörande till $\lambda = 2$, dvs $E_2 = \text{span}\, B = \text{span}\{\bar{u}_1, \bar{u}_2\}$.

Använd nu Gram-Schmidts metod för att omvandla detta till en ON-bas:

$$\bar{v}_1 = \bar{u}_1$$

$$\bar{v}_2 = \bar{u}_2 - \text{proj}_{\bar{v}_1}\bar{u}_2 = \bar{u}_2 - \frac{\bar{u}_2 \cdot \bar{v}_1}{\bar{v}_1 \cdot \bar{v}_1}\bar{v}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Det följer att $\{\bar{v}_1, 2\bar{v}_2\}$ är en ortogonal bas i $E_2$. Till sist normerar vi dessa vektorer: $\left\{ \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{6} \\ 2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \right\}$ är en ON-bas i $E_2$.

Egenrummet hörande till $\lambda_3 = 8$: Lös ekvationssystemet $(A - 8I_3)\bar{x} = \bar{0}$ $\Leftrightarrow$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -4 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -4 & 0 \end{array}\right)\begin{array}{l} \times(\frac{1}{2}) \\ \times(\frac{1}{2}) \\ \times(\frac{1}{2}) \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right)\begin{array}{l} 2 \;\; -1 \\ \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ 1 \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ 2 \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Allmän lösning:

$$\bar{x} = t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \; t \in \mathbb{R}.$$

Alltså är $\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$ en bas i egenrummet hörande till $\lambda_3$. $\overset{\text{(Normera!)}}{\Rightarrow}$ $\left\{\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix}\right\}$ är en ON-bas i egenrummet.

Steg 3: Skapa matrisen $P$: Ställ egenrummens respektive ON-basvektorer som kolumner i $P$.

$$P = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ 0 & 2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$P$ är en ortogonal matris $\Rightarrow P^{-1} = P^T$.

Steg 4: Skapa matrisen $D$: Ställ motsvarande egenvärden på huvuddiagonalen i $D$:

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Med dessa matriser $P$ och $D$ gäller nu $A = PDP^{-1} = PDP^T$.

b) $A^{100} = (PDP^{-1})^{100} = \underbrace{(PDP^{-1})(PDP^{-1})\cdots(PDP^{-1})}_{100 \text{ ggr.}} = PD^{100}P^{-1}$

$$\underset{P^{-1}=P^T}{=} \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ 0 & 2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2^{100} & 0 & 0 \\ 0 & 2^{100} & 0 \\ 0 & 0 & 8^{100} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{6} & 2/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (2^{101}+2^{300})/3 & (-2^{100}+2^{300})/3 & (-2^{100}+2^{300})/3 \\ (-2^{100}+2^{300})/3 & (2^{101}+2^{300})/3 & (-2^{100}+2^{300})/3 \\ (-2^{100}+2^{300})/3 & (-2^{100}+2^{300})/3 & (2^{101}+2^{300})/3 \end{pmatrix}$$

---

**6** a) Låt $V$ vara ett delrum av $\mathbb{R}^n$. $V$:s <u>ortogonala komplement</u> är mängden

$V^\perp := \{\bar{w} \in \mathbb{R}^n : \bar{w} \cdot \bar{v} = 0 \quad \forall \bar{v} \in V\}$, dvs mängden av alla vektorer $\bar{w} \in \mathbb{R}^n$

sådana att de är ortogonala mot alla vektorer $\bar{v} \in V$.

b) Antag att punkterna i uppgiften ligger på linjen $y = m + kx$. Då gäller

$$\begin{cases} m + 0k = 1 \\ m + k = 3 \\ m + 2k = 4 \\ m + 4k = 4 \end{cases} \iff \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}}_{=A} \underbrace{\begin{pmatrix} m \\ k \end{pmatrix}}_{=\bar{v}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}}_{=\bar{y}} \iff \underline{\underline{A\bar{v} = \bar{y}}}.$$

Kom ihåg att minstakvadratlösningen till $A\bar{v} = \bar{y}$ sammanfaller med lösningen till <u>normalekvationen</u> $A^T A \bar{v} = A^T \bar{y}$. (*)

Här gäller: $A^T A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 7 & 21 \end{pmatrix}$

$A^T \bar{y} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 27 \end{pmatrix}$

Normalekvationen kan alltså skrivas $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 7 & 21 \end{pmatrix} \bar{v} = \begin{pmatrix} 12 \\ 27 \end{pmatrix}$. Eftersom

$\det \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 7 & 21 \end{pmatrix} = 35 \neq 0$ har systemet den unika lösningen $\hat{v} = (A^T A)^{-1} A^T \bar{y} =$

$$= \frac{1}{35} \begin{pmatrix} 21 & -7 \\ -7 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 \\ 27 \end{pmatrix} = \frac{1}{35} \begin{pmatrix} 63 \\ 24 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 9/5 \\ 24/35 \end{pmatrix}}}$$

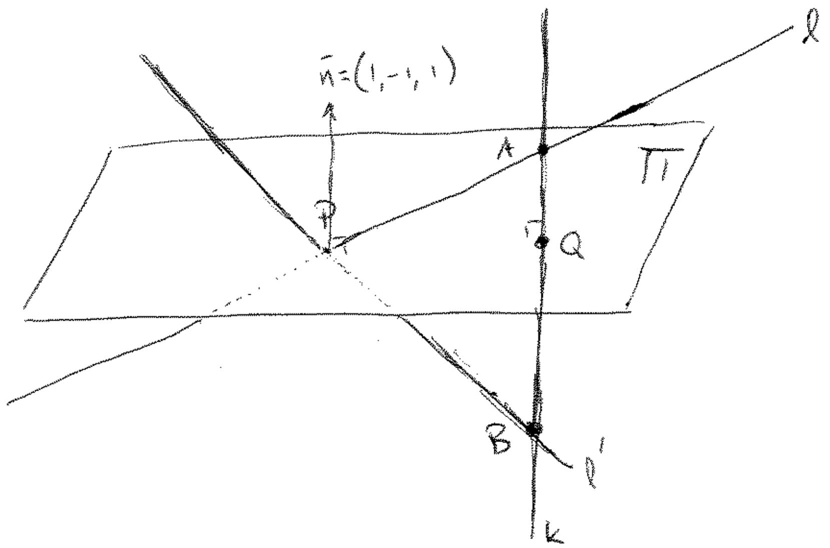
Enligt (*) ovan får vi m och k till den sökta linjen från $\hat{v}$:

$m = 9/5$ , $k = 24/35$ . Alltså är den sökta linjen $\underline{\underline{y = \frac{24}{35}x + \frac{9}{5}}}$

(eller $y = \frac{9}{5} + \frac{24}{35}x$) .

---

$\boxed{7}$ Vi beskriver problemet med följande figur:




Vi kallar spegelbilden av $\ell$ i planet $\Pi$ för $\ell'$. Resten av notationen förklaras efter hand i lösningen nedan.

Från planets ekvation läser vi av att $\Pi$ har normalen $\bar{n} = (1,-1,1)$.

Steg 1: Bestäm skärningspunkten P mellan $\ell$ och $\Pi$: Sätt in $(x,y,z) = (2+t, 1+3t, -t)$ (dvs en (godtycklig) punkt på $\ell$) i planets ekvation. Det ger

$2+t-(1+3t)-t = 2 \iff 3t = -1 \iff t = \underline{\underline{-\frac{1}{3}}}$ .

$\Rightarrow P = (2,1,0) - \frac{1}{3}(1,3,-1) = \underline{\underline{(\frac{5}{3}, 0, \frac{1}{3})}}$ .

Observera att P är sin egen spegelbild!

Steg 2: Välj en annan punkt A på $\ell$, tex $A = (2,1,0)$. Vi bestämmer nu spegelbilden B av punkten A. Det gör vi genom att bestämma linjen k som passerar genom A i normalen $\bar{n}$:s riktning. k: $\underline{\underline{(x,y,z) = (2,1,0) + s(1,-1,1)}}$ , $s \in \mathbb{R}$.

Vi kan nu hitta skärningspunkten Q mellan k och $\Pi$:

$Q = (2+s, 1-s, s)$, där $s$ ges av ekvationen $2+s-(1-s)+s = 2$

$\Leftrightarrow \; s = \frac{1}{3}$.

Observera nu att vi får spegelbilden $B$ av $A$ om vi "går dubbelt så långt" längs $k$ (jämfört med sträckan vi färdades från $A$ till $Q$):

$$B = (2+s, 1-s, s)\big|_{s=\frac{2}{3}} = \underline{\left(\tfrac{8}{3}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{3}\right)}.$$

Steg 3: Bestäm en riktningsvektor $\overrightarrow{PB}$ för $l'$: $\overrightarrow{PB} = \left(\frac{8}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{5}{3}, 0, \frac{1}{3}\right)$

$= \left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$. $\overrightarrow{PB}$ är parallell med vektorn $\bar{v} = (3,1,1)$.

Det ger nu $l'$:s ekvation. $l'$: $\underline{\underline{(x,y,z) = P + t\bar{v} = \left(\tfrac{5}{3}, 0, \tfrac{1}{3}\right) + t(3,1,1)}}$, $t \in \mathbb{R}$

---

$\boxed{8}$ a) Observera att

$$(I-A)(I+A+A^2+\dots+A^{k-1}) = I+A+A^2+\dots+A^{k-1} - (A+A^2+\dots+A^k)$$

$$= I - A^k \underset{\substack{\uparrow \\ A^k=0}}{=} I.$$

På samma sätt får vi $(I+A+A^2+\dots+A^{k-1})(I-A) = I+A+A^2+\dots+A^{k-1} - (A+A^2+\dots+A^k)$

$= I - A^k = I$.

Det följer att $I-A$ är inverterbar och att $(I-A)^{-1} = I+A+A^2+\dots+A^{k-1}$.

b) Observera att $A^3+5A^2+6A+I = 0 \Leftrightarrow -A^3-5A^2-6A = I$

$\Leftrightarrow A(-A^2-5A-6I) = I$

På samma sätt erhåller vi även $A^3+5A+6A+I = 0 \Leftrightarrow (-A^2-5A-6I)A = I$.

Det följer att $A$ är inverterbar och att $\underline{\underline{A^{-1} = -A^2-5A-6I}}$.