

### Extra uppgifter till lektion 3

1. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 7 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 - 2x_4 = -1 \\ 3x_1 - x_2 - 10x_3 + x_4 + 5x_5 = 8 \\ x_1 - 3x_3 - x_4 + x_5 = -1 \end{cases} .$$

2. Antag att vi vill framställa 100 liter av en vätska som innehåller 37,5% av ett ämne  $A$ , 12% av ett annat ämne  $B$  och resten vatten. Antag vidare att vi har 3 olika blandningar till förfogande som innehåller

Blandning	Ämne A	Ämne B
1	30%	20%
2	40%	10%
3	30%	10%

och resten vatten. Hur mycket ska vi välja av var och en de tre blandningarna för att erhålla den önskade vätskan?

3. Lös, för *alla* värden på konstanten  $a$ , det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = -5 \\ -x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 9 \\ 3x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 6x_4 = 7 \\ 2x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 3x_4 = a \end{cases} .$$

4. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} (2-a)x + y + 2z = 3 \\ (3-a)x + y + z = 2 \\ 2x + ay + z = 2 \end{cases}$$

för alla värden på den reella konstanten  $a$ .

Svar:

- Lösningarna är  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (2 + 3s - t, 1 - s + 2t, s, 3, t)$ ,  $s, t \in \mathbb{R}$ .
- 20 liter av blandning 1, 75 liter a blandning 2 och 5 liter av blandning 3.

3. Systemet är endast lösbart då  $a = 3$ . Den allmänna lösningen är då  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1 - 10t, 3t - 1, t, 2)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .
4. Då  $a \neq 1$  och  $a \neq 3$  har systemet den entydiga lösningen  $(x, y, z) = \left(\frac{1}{3-a}, \frac{1}{a-3}, \frac{a-4}{a-3}\right)$ .  
Då  $a = 1$  är den allmänna lösningen  $(x, y, z) = (t, 1 - 3t, 1 + t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , och då  $a = 3$  saknas lösningar till systemet.