Göteborgs Universitet
Institutionen för Matematiska Vetenskaper
Anders Södergren

MMG200 - Linjär algebra, 7.5hp
Höstterminen 2017

Svar till Exempeltentamen 2017

1a. De tre typerna av elementära radoperationer är:

i) Multiplicera en rad med ett nollskilt tal.

ii) Byta plats på två rader.

iii) Addera en konstant·(en rad) till en annan rad.

1b. $A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

1c. $A^7 \boldsymbol{v} = -\boldsymbol{v}$

1d. $\begin{vmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 18$

2a. En $n \times n$-matris A är ortogonalt diagonaliserbar om det finns en ortogonal matris P och en diagonalmatris D sådana att $A = PDP^{-1}$.

2b. Se kursbokens Sats 1 i kapitel 7.1.

3. Då $a \neq 1$ och $a \neq 2$ har systemet den entydiga lösningen $(x, y, z) = \left(\frac{1}{1-a}, \frac{1}{a-1}, \frac{6-3a}{1-a}\right)$. Då $a = 2$ är den allmänna lösningen $(x, y, z) = (t, -1-2t, 6+6t)$, $t \in \mathbb{R}$, och då $a = 1$ saknas lösningar till systemet.

4a. Standardmatrisen är $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & -5 & 2 \end{pmatrix}$.

4b. $\left\{ \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{102}}\begin{pmatrix} -7 \\ -4 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$ är en ON-bas i A's nollrum.

5. Den sökta linjens ekvation är $(x, y, z) = (2, 3, 3) + t(1, 0, -1)$, $t \in \mathbb{R}$.

6. Den sökta (minstakvadrat-) linjen har ekvationen $y = \frac{5}{14}x + \frac{2}{7}$.

7. Den allmänna lösningen är $\boldsymbol{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t}$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

8. T:s standardmatris är $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 3 \\ 8 & -10 & 3 \\ -4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$. Den linjära avbildningen T är inte inverterbar.