

## Övningar på tillämpningar av integraler

1. Bestäm arean av området som ligger mellan kurvorna  $y = \cos x$  och  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq 2\pi$ .
2. Bestäm arean av det begränsade området mellan kurvorna  $y = \frac{1}{2}x^2$  och  $y = \frac{1}{1+x^2}$ .
3. Bestäm volymen av det oändliga horn som bildas då kurvan  $0 \leq y \leq \frac{1}{x^3}$ ,  $x \geq 1$  roterar kring
  - (a)  $x$ -axeln,
  - (b)  $y$ -axeln.
4. Bestäm volymen av den skål som bildas då kurvan  $y = x^4$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , roterar kring  $x$ -axeln.
5. Ett martiniglas har formen av en rät cirkulär kon (med spetsen nedåt) med höjd och radie 5 cm. Glaset är helt fyllt med vätska (martini?). I glaset placeras en (tung) kula med radie  $r$ . Bestäm  $r$  så att så mycket vätska som möjligt rinner ut ur glaset.

### Förslag till svar

1.  $4\sqrt{2}$
2.  $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$
3. (a)  $\frac{\pi}{5}$ , (b)  $2\pi$ .
4.  $\frac{2\pi}{3}$
5. 5 cm