

Dugga A

Tillåtna hjälpmedel: Endast skrivmateriel.

Anvisningar: Skriv dina svar och lösningar direkt på detta ark. En fullständig lösning ska innehålla beräkningar tillsammans med förklarande text. Glöm inte att skriva ditt namn på angiven plats. **Lycka till!**

Namn och personnummer:

1. Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Bestäm A :s egenvärden och motsvarande egenrum.

-
2. a) Definiera *kolumnrummet* och *nollrummet* till en $m \times n$ -matris A . Vilket av dessa är ett delrum av \mathbb{R}^m ?

- b) Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 3 & 7 \end{pmatrix}$. Beräkna rangen av matrisen A samt bestäm dimensionen på A :s nollrum. (Motivera noggrant.)

-
3. a) Bestäm standardmatrisen till den linjära avbildning T som definieras genom

$$T(x_1, x_2) = (2x_2 - 3x_1, x_1 - 4x_2, 0, x_2).$$

- b) Låt $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ vara en linjär avbildning. Bevisa att det existerar en unik $m \times n$ -matris A sådan att $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ för alla $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.