Göteborgs Universitet
Institutionen för Matematiska Vetenskaper
Anders Södergren

MMG200 - Linjär algebra, 7.5hp
Höstterminen 2018

Extra uppgifter till lektion 3

1. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 7 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 - 2x_4 = -1 \\ 3x_1 - x_2 - 10x_3 + x_4 + 5x_5 = 8 \\ x_1 - 3x_3 - x_4 + x_5 = -1 \end{cases}.$$

2. Antag att vi vill framställa 100 liter av en vätska som innehåller $37,5\%$ av ett ämne A, 12% av ett annat ämne B och resten vatten. Antag vidare att vi har 3 olika blandningar till förfogande som innehåller

Blandning	Ämne A	Ämne B
1	30%	20%
2	40%	10%
3	30%	10%

och resten vatten. Hur mycket ska vi välja av var och en de tre blandningarna för att erhålla den önskade vätskan?

3. Lös, för *alla* värden på konstanten a, det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = -5 \\ -x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 9 \\ 3x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 6x_4 = 7 \\ 2x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 3x_4 = a \end{cases}.$$

4. Avgör för vilka värden på den reella konstanten a som det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + (a-3)z = a-2 \\ ax + y + (a-2)z = a+1 \\ 2x + (a+1)y - z = -3 \end{cases}$$

(i) saknar lösning, (ii) har oändligt många lösningar, (iii) har en unik lösning.

5. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} (2-a)x + y + 2z = 3 \\ (3-a)x + y + z = 2 \\ 2x + ay + z = 2 \end{cases}$$

för alla värden på den reella konstanten a.

Svar:

1. Lösningarna är $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (2 + 3s - t, 1 - s + 2t, s, 3, t),\ s, t \in \mathbb{R}$.

2. 20 liter av blandning 1, 75 liter a blandning 2 och 5 liter av blandning 3.

3. Systemet är endast lösbart då $a = 3$. Den allmänna lösningen är då $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1 - 10t, 3t - 1, t, 2)$, $t \in \mathbb{R}$.

4. i) Ekvationssystemet saknar lösning omm $a = 1$ eller $a = 3$.
   (ii) Ekvationssystemet har oändligt många lösningar omm $a = -1$.
   (iii) Ekvationssystemet har en unik lösning omm $a \notin \{-1, 1, 3\}$.

5. Då $a \neq 1$ och $a \neq 3$ har systemet den entydiga lösningen $(x, y, z) = \left(\frac{1}{3-a}, \frac{1}{a-3}, \frac{a-4}{a-3}\right)$.
   Då $a = 1$ är den allmänna lösningen $(x, y, z) = (t, 1 - 3t, 1 + t)$, $t \in \mathbb{R}$, och då $a = 3$ saknas lösningar till systemet.