Göteborgs Universitet
Institutionen för Matematiska Vetenskaper
Anders Södergren

MMG200 - Linjär algebra, 7.5hp
Höstterminen 2018

Extra uppgifter till lektion 8

1. Bestäm standardmatrisen A till den linjära avbildningen $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ som först roterar alla punkter i $\mathbb{R}^2$ runt origo med vinkeln $-3\pi/4$ radianer och sedan reflekterar alla punkter i $\mathbb{R}^2$ i (den horisontella) x-axeln.

2. En linjär avbildning $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ definieras genom

$$F(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 + 4x_2 + 2x_3, -x_1 - 5x_2 + 5x_3, x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1 - 2x_2 + 6x_3).$$

   a) Bestäm avbildningens standardmatris A.

   b) Avgör om avbildningen F är injektiv.

   c) Avgör om avbildningen F är surjektiv.

3. Låt $\boldsymbol{v} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$. En funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definieras genom

$$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{x}, \qquad \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3.$$

   a) Visa att f är en linjär avbildning.

   b) Bestäm avbildningens standardmatris.

   c) Bestäm alla vektorer $\boldsymbol{x}$ som uppfyller $|f(\boldsymbol{x})| = |\boldsymbol{x}|$.

Svar:

1. $A = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$

2. a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -5 & 5 \\ 1 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

   b) Injektiv.

   c) Inte surjektiv.

3. b) $A = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

   c) Elementen i mängden $\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3 : \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{v} = 0\}$ är precis de vektorer som uppfyller $|f(\boldsymbol{x})| = |\boldsymbol{x}|$.