

### Extra uppgifter till lektion 9

1. Undersök om följande matriser är inverterbara och bestäm i förekommande fall inversen.

a)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$       b)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

2. Ange  $C^m$  på en så enkel form som möjligt då  $C = A^{-1}BA$  för några kvadratiska matriser  $A$  (som är inverterbar) och  $B$ .

3. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestäm  $A^{-1}$ .

- b) Lös matrisekvationen

$$AX = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Betrakta matrisekvationen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

- a) Vilken storlek (på formen  $m \times n$ ) måste matrisen  $X$  ha för att vänsterledet ska vara väldefinierat?

- b) Lös matrisekvationen.

5. För vilka värden på den reella parametern  $s$  är matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ s & -2 & 1 \\ 1 & s & s+1 \end{pmatrix}$$

inverterbar?

Svar:

1. a) 
$$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

b) 
$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 8 & -13 & 0 & 1 \\ -14 & 19 & 3 & -1 \\ 5 & -10 & 0 & 1 \\ -3 & 6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.  $A^{-1}B^nA$

3a. Den sökta inversen är  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & -5 & 4 \end{pmatrix}$ .

3b.  $X = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -1 & 0 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$  är ekvationens entydiga lösning.

4a.  $X$  måste vara en  $3 \times 2$ -matris.

4b. Den unika lösningen är  $X = \begin{pmatrix} 24 & -12 \\ -2 & 1 \\ -21 & 11 \end{pmatrix}$ .

5. Matrisen är inverterbar för alla  $s$  utom  $s = 2$  och  $s = 3$ .