

Tentamen i Envariabelanalys, MMG200  
Måndag den 22 augusti 2016, 14<sup>00</sup> – 18<sup>00</sup>

Varje uppgift ger maximalt 3 poäng utom uppgift 1 som kan ge fyra poäng.

- Definiera derivatan  $f'(a)$ .
  - Formulera och bevisa deriveringsregeln för en produkt  $f(x)g(x)$ .
- Formulera och bevisa satsen om att en kontinuerlig funktion  $f$  på ett slutet intervall antar sitt största värde.  
(Du får utan bevis använda att  $f$  är begränsad.)
- Rita grafen till funktionen  $\frac{2x+3}{x+1}e^x$ . Ange alla lokala extremvärden och eventuella asymptoter.
- Lös den binomiska ekvationen  $\sqrt{2}z^3 + 8 + 8i = 0$ .
- Beräkna integralen

$$\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \sin(x^2) \cos(x^2) dx .$$

- Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = 5 \sin x .$$

- Undersök om funktionen  $f(x) = -\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{2}{x}}$ ,  $x \leq -2$ , har någon invers och bestäm i så fall  $f^{-1}(x)$  samt dess definitionsmängd.

- Låt för  $x > 0$ ,

$$F(x) = x \int_{x^2}^1 \frac{\arctan(t^2/x^2)}{t^2} dt .$$

Visa att  $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$  existerar.