Tentamensskrivning i Flervariabelanalys del 1, MMG300.
Tid: 2008-03-13, kl 8.30-13.30
Hjälpmedel: Inga

MATEMATIK
Göteborgs Universitet

Telefonvakt: Christoffer Cromvik, tel 076 272 18 61

---

1. a) Definiera vad som menas med att en funktion f är differentierbar i en punkt $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$.

   b) Visa att en funktion som är differentierbar i en punkt $\mathbf{a}$ också är partiellt deriverbar i punkten.

   c) Ge exempel på en funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ som är partiellt deriverbar men inte differentierbar i origo. (3p)

2. a) Definiera vad som menas med att en funktion f är likformigt kontinuerlig.

   b) Visa att en funktion f som är kontinuerlig på en kompakt mängd D också är likformigt kontinuerlig på D.

   c) Visa att funktionen $f(x) = \frac{1}{x} \tan x$ är likformigt kontinuerlig på intervallet $]0, \frac{\pi}{4}]$ (4p)

3. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Motivera!

   a) Om funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ är kontinuerlig så är $\{x; 0 \leq f(x) \leq 1\}$ kompakt.

   b) Mängden $\{(x, y); x^2 + y^2 < \cos(2x + y)\}$ är öppen och begränsad. (3p)

4. Bestäm alla lokala extrempunkter och sadelpunkter i $\mathbb{R}^2$ för funktionen $f(x, y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$. (3p)

5. Lös differentialekvationen

$$x^2 u_x' - u_y' = 0\ , \quad x > 0$$

   genom att göra substitutionen $x = s\ ,\ \ y = \frac{1}{s} - t$. (3p)

6. Bestäm största och minsta värde till funktionen

$$f(x, y) = x^2 y e^{-(x+y)}$$

   på området givet av $x \geq 0$, $y \geq 0$ och $x + y \leq 4$.

   Glöm inte att motivera varför största och minsta värde antas. (3p)

7. Betrakta funktionsytan $z = ye^{2\sin x} - y(2 + xy)$.

   a) I vilken riktning är ytan brantast i punkten $(0, 1)$?

   b) Bestäm tangentplanet i punkten $(0, 1, -1)$.

   c) I vilken riktning (i rummet) börjar en vattendroppe rinna om den släpps på ytan i denna punkt? (3p)

8. Avgör för vilka reella värden på a som sambandet $au+e^u-xy-1 = 0$ lokalt definierar u som en funktion av (x, y) i en omgivning av $(u, x, y) = (0, 0, 0)$. (3p)

Lycka till!
Ulla Dinger

Denna skrivning beräknas vara färdigrättad den 3 april. Ditt resultat meddelas via mail från Ladok. Skrivningar lämnas ut alla vardagar kl 8.30-13.00 på expeditionen.