

MMG300 Flervariabelanalys, del 1

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559
Telefonvakt: tel 0703 08 83 04
Hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa. Språklexikon är tillåtet.

Betygsgränser: 12 poäng krävs för betyget G och 18 poäng krävs för betyget VG.
Lösningförslag läggs ut på kursens hemsida första arbetsdagen efter tentamenstillfället.
Resultat meddelas via epost från Ladok.

1. Formulera och bevisa Taylors formel av andra ordningen för en funktion i två variabler. (4p)

2. (a) Definiera vad som menas med att en funktion f är likformigt kontinuerlig.

(b) Visa att en funktion f som är kontinuerlig på en kompakt mängd D också är likformigt kontinuerlig på D .

(c) Visa att funktionen $f(x) = \frac{1}{x} \sin x$ är likformigt kontinuerlig på intervallet $]0, 2\pi]$. (5p)

3. Bestäm ekvationen för tangenten till skärningskurvan mellan ellipsoiden $x^2 + 2y^2 + z^2 = 10$ och planet $x - y - 2z = 1$ i punkten $(1, 2, -1)$. (3p)

4. Skissa följande mängder i planet.

(a) $M = \{(x, y); 3x^2 + 2y^2 < 6\} \cup \{(\sqrt{2}, 0)\}$

(b) $M = \{(x, y); x^2 + y^2 \geq 6y - 2x - 9\}$

(c) $M = \{(x, y); |(x, y)| < 2 \text{ och } |x + y| > 2\}$

Avgör för varje mängd om den är öppen/sluten/kompakt/sammanhängande.

Du behöver inte bevisa dina påståenden, men det ska tydligt framgå av figurerna vilka punkter som tillhör mängderna - så var noga när du skissar! Inga poäng ges för påståenden där figur saknas. (4p)

5. Motivera att funktionen $f(x, y) = x^2(y - 1) - 5y^3/3$ har ett största och ett minsta värde i området där $x \geq 0$ och $x^2 + y^2 \leq 1$. Bestäm också dessa värden. (3p)

6. Lös differentialekvationen $2f'_x + f'_y = 0$, t.ex. genom att göra ett variabelbyte av formen $u = ax + by, v = x$ för lämpliga konstanter a och b . Bestäm också den lösning som uppfyller $f(x, 0) = x^2$. (3p)

7. Låt $f(x, y) = (4x^2 + axy + y^2)(x + a)$.

(a) För vilka värden på konstanten a har funktionen en stationär punkt i origo?

(b) Har funktionen ett lokalt extremvärde i origo för $a = 0$?

(c) För vilka värden på konstanten a har funktionen ett lokalt extremvärde i origo? (3p)