MATEMATIK
Göteborgs universitet
Tentamen 2013-06-10, 8:30 - 12:30

MMG300 Flervariabelanalys, del 1

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559
Telefonvakt: tel 0703 08 83 04
Hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa. Språklexikon är tillåtet.

Betygsgränser: 12 poäng krävs för betyget G och 18 poäng krävs för betyget VG.
Lösningsförslag läggs ut på kursens hemsida.
Resultat meddelas via Ladok, granskning sker på studieexpeditionen.

---

1. Formulera och bevisa Taylors formel av andra ordningen för funktioner av två variabler. (4p)

2. (a) Definiera begreppet *Cauchyföljd* i $\mathbb{R}^n$.
(b) Visa att varje Cauchyföljd i $\mathbb{R}^n$ är konvergent. (4p)

3. Ytorna $y = z \sin 2x + 2$ och $z = y^2 - \ln(x+1) - 3$ skär varandra längs en kurva nära punkten $P = (0, 2, 1)$. Bestäm ekvationen för kurvans tangent i P. (3p)

4. Skissa följande delmängder till $\mathbb{R}^2$.

(a) $\{(x, y);\ x^2 + 3y^2 \leq 3\}$
(b) $\{(x, y);\ |x| \leq 1,\ |y| < 1\}$
(c) $\{(x, y);\ |(x, y)| \leq 2\} \cup \{(2, 2)\}$
(d) $\{(x, y);\ 2x < y < 2x + 1\}$

Avgör för varje mängd om den är öppen/sluten/kompakt. Motivering krävs inte, men det blir inga poäng om figur saknas eller är alltför bristfällig - så rita figurerna med omsorg! (4p)

5. Avgör om funktionen $f(x, y) = \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$ är likformigt kontinuerlig i $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$. (3p)

6. Avgör om funktionen $f(x, y, z) = xyz$ antar största och/eller minsta värde då $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$. Bestäm i så fall dessa. (4p)

7. Visa att funktionen

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^4+y^4-3y^3}{x^2+y^2} & \text{om } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{om } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

är partiellt deriverbar men inte differentierbar i origo. (3p)

Lycka till!
Ulla