MATEMATIK
Göteborgs universitet

Hjälpmedel: Formelblad på baksidan
Datum: 2018 05 29 kl 14.00- 18.00
Telefonvakt: Lyudmila Turowska, ankn 5341

Flervariabelanalys, del 2, MMG300.

Skriv din kod på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 12-17 p. ger betyget G, 18-25 p. ger betyget VG.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

---

1. Antag att f är integrerbar funktion på rektangeln D: $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$. (3p)
Visa att $\iint_D f(x,y)dxdy = \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)dy \right) dx$, givet att enkelintegralerna existerar.

2. Formulera Greens formel och bevisa den i speciallfallet då kurvan C omsluter en axelparallell rektangel D: $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$.(OBS! Du ska skriva ner beviset i det speciella fallet). (3p)

3. Formulera och bevisa rotkriteriet för serier. (3p)

4. För vilka reella tal konvergerar potensserien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n x^n}{(1+n^2)^{1/3}}$? (3p)

5. Beräkna volymen av den kropp K som begränsas av paraboloiden $z = x^2 + y^2$ samt planen $z = 1$ och $z = 2$, dvs $K = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z; 1 \leq z \leq 2\}$. Skissa kroppen. (3p)

6. För ett lämpligt värde på α är fältet $\mathbf{F}(x,y,z) = (y^2 + \alpha z, 2xy, 3z^2 - x)$ konservativt i $\mathbb{R}^3$. Bestäm detta värde på α. Beräkna för detta värde på α en potential. (3p)

7. Kurvan γ utgörs av skärningen mellan paraboloiden $z = x^2 + y^2$ och planet $z = 4$. Beräkna det arbete karftfältet $\mathbf{F}(x,y,z) = ((y^2+y)z, (2y-1)xz, xy^2)$ uträttar längs γ dels genom att patametrisera kurvan och använda kurvintegralens definition och dels genom att använda Stokes sats. Välj själv och ange orientering på γ. (4p)

8. Lös differentialekvationen $xy'' + 2y' - xy = 1$, $y(0) = 1$ genom att ansätta $y(x)$ som en potensserie och betsämma dess koefficienter. Utryck sedan lösningen med elementära funktioner. (3p)

Lycka till!
Lyudmila T