MATEMATIK
Göteborgs universitet

Hjälpmedel: Formelblad på baksidan
Datum: 2018 08 28 kl 14.00- 18.00
Telefonvakt: Jonatan Kallus, ankn 5325

Flervariabelanalys, del 2, MMG300.

Skriv din kod på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 12-17 p. ger betyget G, 18-25 p. ger betyget VG.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

(4p)

1. (a) Definiera vad som menas med att $\mathbf{F}$ är ett potentialfält i ett öppet område Ω i $\mathbb{R}^2$.

(b) Visa att om $\mathbf{F} = (P, Q)$ har en potential U i Ω så är $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot \mathbf{dr} = U(b) - U(a)$ om γ är en C^1-kurva i Ω med begynelsepunkt a och slutpunkt b.

2. Visa att om funktionen $f(x, y)$ är kontinuerlig på den kompakta rektangeln $\Delta = \{(x, y) : a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$ så är f integrerbar över Δ. (3p)

3. Formulera och bevisa Weierstrass majorantsats. (3p)

4. Bestäm $\iint_D (x+y)dxdy$, där D är parallellogramet som begränsas av fyra linjerna $x+y = 1$, $x + y = 2$, $3x - y = 2$ och $3x - y = 4$. (3p)

5. För vilka x konvergerar potensserien (3p)

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{1-n^2}(x-2)^n?$$

6. Låt $\mathbf{F}(x, y) = (\sin x + 3y^2 + x^5, 2x - e^{y^2} + y)$. (3p)

(a) Beräkna kurvintegralen $\oint_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{dr}$, där C är den positivt orienterade randen till triangeln med hörn i $(0, 0)$, $(2, 0)$ och $(1, 1)$.

(b) Har integralen $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot \mathbf{dr}$ samma värde för alla styckvis C^1-kurvor γ med begynelsepunkt $(0, 0)$ och slutpunkt $(2, 0)$? Motivera väl Ditt svar.

7. Låt K vara den begränsade kropp i $\mathbb{R}^3$ som avgränsas av ytorna $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ och $3z^2 = x^2 + y^2$, $z \geq 0$. Beräkna flödet in i ∂K av vektorfältet (3p)

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (-xy^2 + e^{sin(-z^3 - y^2 z)}, 2yz^2 + \ln(1 + x^2), -z^3 - x^2 z).$$

8. Visa att serien $\sum_{k=0}^{\infty} (3k+1)^{-1} \frac{1}{3^k}$ konvergerar och beräkna dess summa. (3p)

Lycka till!
Lyudmila T