MATEMATIK
Göteborgs universitet

Hjälpmedel: Formelblad på baksidan
Datum: 2019 06 04 kl 14.00- 18.00
Telefonvakt: Jimmy Johansson, ankn 5325

Flervariabelanalys, del 2, MMG300.

Skriv din kod på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 12-17 p. ger betyget G, 18-25 p. ger betyget VG.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

---

1. Antag att $(f_n)_1^\infty$ är en funktionsföljd definierad i en mängd M (i $\mathbb{R}^n$). Visa att om $f_n \to f$ likformigt och f_n kontinuerlig för varje n, så är också f kontinuerlig. Ge ett exempel som visar att det inte går att ersätta likformig konvergens med punktvis konvergens. Var tydlig med vart i beviset används likformig konvergens. (3p)

2. Formulera Greens formel och bevisa den i speciallfallet då kurvan C omsluter en axelparallell rektangel $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$. (Obs! Du ska ge beviset i det speciella fallet, annnars blir det poängavdrag). (3p)

3. Formulera och bevisa Weierstrass majorantsats. (3p)

4. Beräkna dubbelintergralen (3p)

$$\iint_D e^{y^3}\, dxdy,$$

där $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq 1\}$ (Tips: tänk på integrationsordning).

5. Avgör om kraftfältet $\mathbf{F}(x, y) = (2x\cos y + 2, -x^2 \sin y + y)$ är ett potentialfält. Beräkna sedan kurvintegralen $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ på två olika sätt, där C är medurs orienterade halvcirkeln $(x-2)^2 + y^2 = 1$, $y \geq 0$. (3p)

6. Beräkna flödet ut ur cylinderområdet $x^2 + y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq 1$ av vektorfältet $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^3, y^2 z, x^2 z)$ dels genom att använda Gauss' sats och dels genom att använda flödesintegralens definition. (4p)

7. Bestäm volymen av den kropp K som begränsas av paraboloiden $z = x^2 + y^2$ och sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. (3p)

8. Avgör om serien $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} (k^2 + 2k)\left(\frac{3}{4}\right)^k$ konvergerar eller divergerar. Beräkna dess summa. (3p)

Lycka till!
Lyudmila T