

# MMG300 Flervariabelanalys, del 2, vt 19

## Vecko-PM läsvecka 1

Persson-Böiers: 6.1-6.3

**Innehåll:** Dubbelintegraler, beräkning med upprepad integrering.

**Integraler.** I envariableanalys såg vi att integraler kan användas för att t.ex. beräkna areor av plana figurer eller massa av en rak tråd med varierande densitet. När man inför *dubbelintegraler* så är utgångspunkten att hitta ett matematiskt redskap med vars hjälp vi kan beräkna volyminnehållet av tredimensionella kropp. Här handlar det om att approximera volymen mellan funktionsytan och rektangeln i  $xy$ -planet underifrån och ovanifrån med hjälp av trappfunktioner.

Definitioner och viktiga räkneregler finns i avsnitt 6.1 för integraler över rektanglar och i 6.2 för integraler över godtyckliga områden. För hand beräknas ofta dubbelintegraler genom s.k. upprepad enkelintegration dvs genom två integrationer efter varandra (först i  $x$ -led och sedan i  $y$ -led, eller vice versa) av den typ vi redan känner till från en variabel. När vi integrerade funktioner av en variabel var det egentligen aldrig svårigheter med integrationsgränserna, utan vi ägnade den mesta av tiden åt olika integrationstekniker. Samma integrationstekniker kommer vi använda i flera variabler men nu är det svårare att bestämma integrationsgränserna. Om området man integrerar över inte är rektangulärt, vilket vi kommer att studera i avsnitt 6.2, så kommer integrationsgränserna m a p den ena variabel bero på den andra variabeln. Ofta kommer det då att vara till stort hjälp om man kan skissa integrationsområdet. Sats 6.2 som återför beräkningen av dubbelintegraler över rektanglar på upprepade enkelintegraler måste du behärska, samt sats 6.3 som berättar att kontinuerliga funktioner är integrerbara och att villkoren i sats 6.2 är uppfyllda. Sats 6.4 behandlar integrering över godtyckliga områden. Du måste kunna bevisa den också. Repetera enkelintegralerna!

**Mål: Du måste kunna:**

- förklara vad det innebär att  $f$  är integrerbar över ett rektangulärt område i planet och över godtyckliga områden (Definition 6.1 och 6.3)
- känna till och utnyttja dubbelintegralens egenskaper vid problemlösning
- beräkna dubbelintegral genom upprepad enkelintegration
- bevisa sats 6.2 som återför beräkningen av dubbelintegraler över rektanglar på upprepade enkelintegraler
- bevisa sats 6.3 som berättar att kontinuerliga funktioner är integrerbara och att villkoren i sats 6.2 är uppfyllda
- bevisa sats 6.4 som behandlar integrering över godtyckliga områden

**Rekommenderade uppgifter, Persson-Böiers**

Dag	Räkna själva	Räkna på tavlan
Ti 26/3	6. 2, 3, 4, 5, 7, 9	6. 1, 6, 8
To 28/3	6. 12, 14, 15, 16, 46	6. 11,17, 50