MMG300 Flervariabelanalys, del 2, vt 19
Vecko–PM läsvecka 7

Gustafsson-Löfström-Olsson: 3.1, 3.2, 3.3, 3.4

Innehåll: Funktionsserier. Punktvis och likformig konvergens. Termvis integration och derivering. Mer om potensserier. Dirichlets test för funktionsserier.

I kapitel 3 börjar vi prata om funktionsserier $\sum_{k=1}^{\infty} u_k(x)$, där u_k är reella eller komplexvärda funktioner. Här skiljer man på punktvist och likformigt konvergens. Sats 3.1 (Weierstrass' majorantssats anger tillräckligt villkor för likformigt konvergens. Observera att likformigt konvergens av en talföljd funktioner medför punktvist konvergens, men inte tvärtom.
I avsnitt 3.2 ska vi se att derivering och integrering av funktionsserier får utföras termvis under förutsättning att de inblandade serierna konvergerar likformigt. Sats 3.3 garanterar kontinuitet av gransvärdet av en följd av kontinuerliga funktioner om följden konvergerar likformigt. Detta ger att summan av likformigt konvergent funktionserie vars termer är kontinuerliga är kontinuerlig. Sats 3.5 säger att likformigt konvergens är tillräckligt för att göra gränsövergång under integraltecken. Som följd får vi att likformigt konvergenta funktionesserier går att integrerar termvis. Sats 3.7 ger oss villkor för gränsövergång under deriveringen.
I avsnitt 3.4 visar vi att potensserier går utmärkt att derivera och integrerar inuti sina konvergensintervall. Seriernas koefficienter är entydigt bestämda av summan. Vi ska se hur man kan använda potensserier för att beräkna summan av en numerisk serie, genom att känna igen den som värde av en potensserie, och för att lösa en differentialekvation genom att ansätta en potensserie som lösning.
I avsnitt 3.3 formuleras Dirichlets test för likformigt konveregens av funktionsserier $\sum_1^{\infty} f_k(x)g_k(x)$. Formuleringen och beviset liknar de för numersika serier. Till sist ska vi prata lite om viktiga Fourier serier och deras konvergens.

Mål: Du måste kunna:

- definiera punktvis och likformig konvergens av funktionsserier (3.1)
- bevisa Weierstrass' majorantsats (sats 3.1) (3.1)
- använda sats 3.1 för att bestämma likformig konvergens (3.1).
- formulera och bevisa sats 3.3 (3.2)
- formulera och bevisa sats 3.5 (3.2)
- formulera och bevisa sats 3.3 (3.2)
- formulera och bevisa sats 3.5 (3.2)
- tillämpa sats 3.5, korollarium 3.6, sats 3.7 och korollarium 3.8 vid problemlösningen (3.2)
- beräkna en seriens summa genom att känna igen den som värde av en potensserie (3.4)
- lösa en differentialekvation genom att ansätta en potensserie som lösning (3.4)
- tillämpa Dirichlets sats (sats 3.10) för likformigt konvergens av funktionsserier. (3.3)

Rekommenderade uppgifter, GLO

Dag	Räkna själva	Räkna på tavlan
Ti 21/5	**2.4** 4bcf, 6adf **3.1** 1abc, 2ab, 3	**2.4** 3c, 5ac, 7 **3.1** 5
To 23/5	**3.2** 1a,2a,3b,c **3.4** 1, 4a, 5, **3.3** 1abc	**3.2** 4, 5 **3.4** 4b,6, **3.3** 2