GÖTEBORGS UNIVERSITET

MMG400 Linjär Algebra II, 7.5 hp

Modelltenta

Typiskt utseende på tentamen, Hösten 2017

Alexander Stolin, astolin@chalmers.se

Johannes Borgqvist, johborgq@chalmers.se

Innehåll

1 En teoretisk fråga

Denna uppgift kommer att utgöras av en av de teoretiska frågorna som beskrivs i dokumentet ''Möjliga teoretiska frågor''. (4p)

2 Spektralteori med specifikt fokus på diagonalisering

Diagonalisera matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$ (4p)

3 Tillämpningar på spektralteori

Lös systemet av differentialekvationer

$$\begin{cases} \mathbf{x}'(t) & = A \cdot \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}(0) & = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \end{cases}$$ (4p)

där

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

4 Skalärproduktsrum

Låt V vara ett vektorrum som består av alla polynom med reella koefficienter av grad ≤ 3. Låt oss definiera följande *skalärprodukt* på V.

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_{-1}^{1} f(t) \cdot g(t) \, \mathrm{d}t \tag{1}$$

(a) Bestäm $\dim(V)$. (1p)

(b) Kontrollera att skalärprodukten i ekvation 1 uppfyller alla krav i definitionen av skalärprodukten. (1p)

(c) Bestäm en ON-bas till V. (3p)

5 Spektralteori & skalärproduktsrum

Givet matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(4p)

hitta någon ON-bas B i $\mathbb{R}^3$ sådan att $[A]_B$ är diagonal.

6 Jordans normalform

Vilken är Jordans normalform, beteckna den J, till nedanstående matris A?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(5p)