MATEMATIK
Göteborgs universitet

Tentamensskrivning i **Linjär algebra II**
2018-08-23, kl 8.30 - 12.30.
Hjälpmedel: inga
Telefonvakt: Sandra Eriksson Barman, tel. 031-7725325

1. Formulera och bevisa sats 7.1 som även kallad Riesz representationssats. (4p)

2. Låt $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ vara den linjära avbildning som i standardbasen $\mathcal{E}_3$ ges av

$$[T]_{\mathcal{E}_3} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 3 \\ -7 & 3 & 19 \\ -4 & 4 & 15 \end{pmatrix}$$

Bestäm alla egenvärden till T. Bevisa att T är diagonaliserbar och finn en bas för $\mathbb{R}^3$ som består av egenvektorer. (4p)

3. Låt $S : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ vara den linjära avbildning som i standardbasen ges av

$$[S]_{\mathcal{E}_3} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Bestäm Jordans normalform för S. (5p)

4. Låt V vara ett vektorrum som består av alla polynom med reella koefficienter av grad ≤ 2.

(a) Visa att formeln

$$(a(t), b(t)) = a(0)b(0) + a'(0)b'(0) + a''(0)b''(0)$$

bestämmer en skalär produkt på V (du ska kontrollera att alla krav i definitionen av skalärprodukten är uppfyllda). (2p)

(b) Bestäm en ortonormal bas i V. (2p)

5. Matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

är symmetrisk. Bestäm någon ON-bas B i $\mathbb{R}^3$ sådan att $[A]_B$ är diagonal. (4p)

6. Beräkna $exp(A)$ om

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad (5p)$$

För betyget G krävs 12p och för betyget VG krävs 21p inkl. bonus.
Lycka till!