Tentamen: Numerisk Analys
MMG410, GU
2016-06-03, H = Hörsalsvägen

- Skrivtid: 14.00-18.00.
- Ansvarig: Larisa Beilina, tel 772 35 67, e-post: larisa@chalmers.se.
- Vakt: Larisa Beilina, tel. 772 35 67, 070 -417 7036.
- Resultat: e-post från LADOK.
- Betygsgränser: 12 poäng, av maximalt 25, räcker för godkänt, 18 poäng för VG.
- Lösningsförslag: på www. Jag kommer meddela på www-sidan när tentan är rättad.
- Hjälpmedel: inga (förutom godkända ordlistor).

Iakttag följande:

- Skriv tydligt och disponera papperet på ett lämpligt sätt.
- Börja varje ny uppgift på nytt blad.
- Fullständiga lösningar och motiveringar krävs! Specialfall ger inga poäng, när allmänna lösningar krävs.
- Sortera Dina lösningar i nummerordning.
- Läs igenom alla uppgifterna. De är inte sorterade efter svårighetsgrad.

---

1. Ge kortfattade motiveringar/lösningar till nedanstående uppgifter! Ett korrekt svar utan motivering ger inga poäng!

- a) Vilket värde kommer Matlab att skriva ut av följande? **(1p)**
  - 1) $100^{200} \cdot \mathrm{e}^2$
  - 2) $\sin(\cos(-1/0))$
- b) Skriv talet 8 i binär form. **(2p)**
- c) Låt A vara positivt definit. Beräkna Choleskyfaktorisering för följande A: **(2p)**

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}.$$

- d) Definera absoluta och relativa felet mellan en approximation och det exakta värdet. **(1p)**
- e) Skriv fixpunktsiterationsmetod för $g(x) = x^2$. Bestäm fixpunkterna. Vilka av dessa är attraktiva fixpunkter? **(2p)**

---

2. Vi vill lösa följande system med hjälp av Newton's metod, där f är en reellvärd funktion av de reella variablerna x_1 och x_2:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2) + \cos f(x_1, x_2) &= 10, \\ x_1^2 + x_2 &= f(x_1, x_2)^2. \end{aligned} \tag{0.1}$$

Formulera Newtons metod för detta system. Försök inte att lösa systemet för hand. **(3p)**

---

3. Vi känner y_1, y_2 som är approximationer av $f(x)$ i två punkter x_1, x_2 så att $x_1 < x_2$. Bestäm ett linjära interpolationspolynomet $p(x)$ för x in $x_1 < x < x_2$, som uppfyller interpollationsvillkoren: $p(x_1) = y_1, p(x_2) = y_2$.
(**3p**)

4.

- a) Visa hur man ska lösa ekvationen $(x-1)^3 = 0$ med Newtons metod. Bevisa att man får linjär konvergens i exemplet. (**2p**)
- b) Använd trapetsmetoden för att beräkna $\int_0^1 x^2 dx$.
  (**2p**)

5.

a) Skriv explicit Euler's metod och första iteration i den för följande problem: (**2p**)

$$\begin{aligned} y'(t) &= \lambda y, \\ y(0) &= y_0. \end{aligned} \tag{0.2}$$

b) När kommer explicit Euler's method för problem (0.2) att konvergera? (**2p**)

6.
Vi har följande modell:

$$R \approx 10^p \mathrm{e}^{((p/q)T + rT^2)}$$

och vill bestämma parametrarna p, q, r givet mätvärden $(T_1, R_1), (T_2, R_2), ..., (T_m, R_m)$. Gör en lämplig transformation och ställ upp ett linjärt minstakvadratproblem. Matrisen A samt vektorerna b och x skall redovisas. Visa också hur vi erhåller p, q, r från x. (**3p**)