

Tentamen: Numerisk Analys
MMG410, GU
2016-04-06, H = Hörsalsvägen (HB2)

- Skrivtid: 14.00-18.00.
- Ansvarig: Larisa Beilina, tel 772 35 67, e-post: larisa@chalmers.se.
- Vakt: Larisa Beilina, tel. 772 35 67.
- Resultat: e-post från LADOK.
- Betygsgränser: 9 poäng, av maximalt 21, räcker för godkänt, 15 poäng för VG.
- Lösningsförslag: på www. Jag kommer meddela på www-sidan när tentan är rättad.
- Hjälpmedel: inga (förutom godkända ordlistor).

Iakttag följande:

- Skriv tydligt och disponera papperet på ett lämpligt sätt.
 - Börja varje ny uppgift på nytt blad.
 - Fullständiga lösningar och motiveringar krävs! Specialfall ger inga poäng, när allmänna lösningar krävs.
 - Sortera Dina lösningar i nummerordning.
 - Läs igenom alla uppgifterna. De är inte sorterade efter svårighetsgrad.
-

1. Ge kortfattade motiveringar/lösningar till nedanstående uppgifter! Ett korrekt svar utan motivering ger inga poäng!

- a) Vilket värde kommer Matlab att skriva ut av följande? **(1p)**
 - 1) $\log 10(100^{200}) - 200 \log 10(100)$
 - 2) $\cos(\sin(-1/0))$
- b) Använd Choleskyfaktorisering för att bestämma de α för vilka A är positivt definit. **(2p)**

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 2\alpha \\ 2\alpha & \alpha + 1 \end{bmatrix}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

- c) Låt $x \in \mathbb{R}^n$. Bevisa att $\|x\|_1$ är en vector norm. **(1p)**
- d) Använd fixpunktsteori för att bevisa att Newtons method, för en skalär ekvation $f(x) = 0$, konvergerar förutsatt att startgissningen ligger tillräckligt nära den sökta roten (vi antar att roten är en enkelrot). **(2p)**

2. Vi vill hitta en funktion på formen

$$f(x) = ax + e^{bx} + \sin(cx)$$

som satisfierar följande villkor: $f(1) = 1, f'(1) = 1.23, f(2) = 0.75$ (a, b och c skall alltså bestämmas). Ställ upp ett system av ekvationer för problemet, och formulera sedan Newtons metod för detta system. Försök inte att lösa systemet för hand. **(3p)**

3. Bilda interpolationspolynomet på Newtons form, som interpolerar i punkterna $(-1, 1), (0, 3), (2, 9)$. **(2p)**

4.

- a) Visa hur ska man lösa ekvationen $x^2 - 2x + 1 = 0$ med Newtons metod. Bevisa att man får linjär konvergens i exemplet. **(2p)**
- b) Välj w_1, w_2, x_1, x_2 , i kvadraturformeln nedan, så att den får så högt polynomiellt gradtal m som möjligt. Vad blir detta gradtal och hur ska ser ut metod? **(2p)**

$$\int_0^1 x^k dx = w_1 x_1^k + w_2 x_2^k, \quad k = 0, 1, \dots, m.$$

5.

Beräkna lokala felet i Eulers metod för följande problem: **(3p)**

$$y'(t) = \lambda y,$$

$$y(0) = y_0.$$

6.

Vi har följande modell:

$$R \approx e^{(p_1 + p_2 T)/(1 + p_3 T)}$$

och vill bestämma parametrarna p_1, p_2, p_3 givet mätvärden $(T_1, R_1), (T_2, R_2), \dots, (T_m, R_m)$. Gör en lämplig transformation och ställ upp ett linjärt minstakvadratproblem. Matrisen A samt vektorerna b och x skall redovisas. **(3p)**