Tentamen: Numerisk Analys
MMG410, GU
2017-01-02, H = Hörsalsvägen

- Skrivtid: 14.00-18.00.
- Ansvarig: Larisa Beilina, tel 772 35 67, 070 -417 7036, e-post: larisa@chalmers.se.
- Vakt: Christoffer Standar, tel. 772 53 35, e-post: standarc@chalmers.se.
- Resultat: e-post från LADOK.
- Betygsgränser: 12 poäng, av maximalt 25, räcker för godkänt, 18 poäng för VG.
- Lösningsförslag: på www. Jag kommer meddela på www-sidan när tentan är rättad.
- Hjälpmedel: inga (förutom godkända ordlistor).

Iakttag följande:

- Skriv tydligt och disponera papperet på ett lämpligt sätt.
- Börja varje ny uppgift på nytt blad.
- Fullständiga lösningar och motiveringar krävs! Specialfall ger inga poäng, när allmänna lösningar krävs.
- Sortera Dina lösningar i nummerordning.
- Läs igenom alla uppgifterna. De är inte sorterade efter svårighetsgrad.

---

1. Ge kortfattade motiveringar/lösningar till nedanstående uppgifter! Ett korrekt svar utan motivering ger inga poäng!

- a) Vilket värde kommer Matlab att skriva ut av följande? **(1p)**
  - 1) exp(log(10000)) − log(exp(10000))
  - 2) exp(log(10)) − log(exp(10))
- b) Skriv talet 32 i binär form som flyttal i dator. **(2p)**
- c) Räkna ut konditionstal $k(A)$ i ett-norm ($\|\cdot\|_1$-norm) för följande A: **(2p)**

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix},$$

- d) Skriv fixpunktsiterationsmetod för $g(x) = \frac{x^2-5}{3} + x$. Bestäm fixpunkterna och konvergens. **(3p)**

---

2. Vi vill lösa följande system med hjälp av Newton's metod, där f är en reellvärd funktion av de reella variablerna x_1 och x_2:

$$\begin{aligned} (f(x_1,x_2))^3 + \sin(f(x_1,x_2)) &= 1, \\ 5\cdot f(x_1,x_2) + x_1^3 + x_2 &= (f(x_1,x_2))^3. \end{aligned} \tag{0.1}$$

Formulera Newtons metod för detta system. Försök inte att lösa systemet för hand. **(3p)**

---

3. Finn polynomet p i Newton's form som interpolerar punkterna $(1, 5), (2, 4)$ och $(3, 7)$. (**3p**)

4.

- a) Välj w_1, w_2, x_1, x_2, i kvadraturformeln nedan, så att $w_1 = w_2$ och den får så högt polynomiellt gradtal m som möjligt. Vad blir detta gradtal ? (**2p**)

$$\int_0^1 x^k dx = w_1 x_1^k + w_2 x_2^k, \quad k = 0, 1, ..., m.$$

- b) Använd mittpunktsmetoden (rektangelmetoden) för att beräkna integralen $\int_0^1 4x^3 dx$. (**2p**)

5.

a) Skriv implicit Euler's metod och första iteration i den för följande problem: (**2p**)

$$\begin{aligned} y'(t) &= \lambda y, \\ y(0) &= y_0. \end{aligned} \tag{0.2}$$

b) Beskriv skillnaden mellan explicit och implicit Euler's metod för att lösa problem (0.2). (**2p**)

6.
Vi har följande modell:

$$R \approx 5^{p_1} \mathrm{e}^{(p_2 T + p_3 T^2 + p_4 T^3)}$$

och vill bestämma parametrarna p_1, p_2, p_3, p_4 givet mätvärden $(T_1, R_1), (T_2, R_2), ..., (T_m, R_m)$. Gör en lämplig transformation och ställ upp ett linjärt minstakvadratproblem i formen $\min_p \|Ap - b\|_2$. Matrisen A samt vektorerna b och p skall redovisas. (**3p**)