Tentamen: Numerisk Analys
MMG410, GU
2017-06-02, H = Hörsalsvägen

- Skrivtid: 14.00-18.00.
- Ansvarig: Larisa Beilina, tel 772 35 67, 070 -417 7036, e-post: larisa@chalmers.se.
- Vakt: Tim Cardilin, tel. 772 42 81, e-post: cardilin@chalmers.se.
- Resultat: e-post från LADOK.
- Betygsgränser: 12 poäng, av maximalt 25, räcker för godkänt, 18 poäng för VG.
- Lösningsförslag: på www. Jag kommer meddela på www-sidan när tentan är rättad.
- Hjälpmedel: inga (förutom godkända ordlistor).

Iakttag följande:

- Skriv tydligt och disponera papperet på ett lämpligt sätt.
- Börja varje ny uppgift på nytt blad.
- Fullständiga lösningar och motiveringar krävs! Specialfall ger inga poäng, när allmänna lösningar krävs.
- Sortera Dina lösningar i nummerordning.
- Läs igenom alla uppgifterna. De är inte sorterade efter svårighetsgrad.

---

1. Ge kortfattade motiveringar/lösningar till nedanstående uppgifter! Ett korrekt svar utan motivering ger inga poäng!

- a) Antag att vi arbetar med fyrsiffrig decimal aritmetik. Beräkna följande summa samt absoluta och relativa felen: $3.3687 + 5.039$.
  (1p)
- b) Skriv talet -10 i binär form som flyttal i dator. Skriv den sedan i hexadecimalt (bas 16) form **(3p)**
- c) Beräkna LU-faktoriseringen av matrisen nedan $(a, b, c, d \neq 0)$. När är matrisen singulär?

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

  (2p)
- d) Skriv fixpunktsiterationsmetod för $g(x) = x^2 - 4 + x$. Bestäm fixpunkterna och konvergens. **(3p)**

---

2. Vi vill hitta en funktion på formen $f(x) = ax + bx^2 + cx^3 + \sin(dx)$ som satisfierar följande villkor $f(1) = 1, f'(1) = 1.5, f''(1) = 5, f(2) = 3$. Parametrar a, b, c, d ska bestämmas. Ställ upp ett system av ekvationer för problemet och formulera sedan Newton's metod för detta system. Försök inte att lösa systemet för hand. **(3p)**

---

3. Finn polynomet p i Lagranges form som interpolerar punkterna $(1,5),(2,4)$ och $(3,7)$. (**3p**)

4.

- Vi har följande kvadraturformel:

$$\int_0^1 f(x)dx \approx \sum_{k=1}^{n} \omega_k f(x_k)$$

som vi vet har polynomiellt gradtal noll. Visa att

$$\sum_{k=1}^{n} \omega_k = 1.$$

(**1p**)

- Använd mittpunktsmetoden (rektangelmetoden) för att beräkna integralen $\int_0^1 (6x+8x^2)dx$. (**2p**)

5.

- a) Skriv om följande ekvation som första ordningens system:

$$\begin{cases} y''(t) & = t + y(t) + y'(t), \\ y(0) & = 1, \\ y'(0) & = -1. \end{cases}$$

(**2p**)

- b) Sätt upp bakåt-Euler metod och första iteration i den för följande problem: (**2p**)

$$y'(t) = \lambda y(t),$$
$$y(0) = y_0.$$

6.

Vi har följande modell med känt $C = const. > 0$:

$$R \approx C\mathrm{e}^{(p_1+p_2T)/(1+p_3T^2)}$$

och vill bestämma parametrarna p_1, p_2, p_3 givet mätvärden $(T_1, R_1), (T_2, R_2), ..., (T_m, R_m)$. Gör en lämplig transformation och ställ upp ett linjärt minstakvadratproblem i formen $\min_p \|Ap - b\|_2^2$. Matrisen A samt vektorerna b och p skall redovisas. (**3p**)