

Tentamen: Numerisk Analys
MMG410, GU
2017-08-15, SB = Samhällsbyggnad, Sven Hultins gata 6

- Skrivtid: 14.00-18.00.
- Ansvarig: Larisa Beilina, tel 772 35 67, 070 -417 7036, e-post: larisa@chalmers.se.
- Vakt/Rond: Andreas Petersson, tel. 772 53 25, e-post: andreas.petersson@chalmers.se.
- Resultat: e-post från LADOK.
- Betygsgränser: 12 poäng, av maximalt 25, räcker för godkänt, 18 poäng för VG.
- Lösningförslag: på www. Jag kommer meddela på www-sidan när tentan är rättad.
- Hjälpmedel: inga (förutom godkända ordlistor).

Iakttag följande:

- Skriv tydligt och disponera papperet på ett lämpligt sätt.
- Börja varje ny uppgift på nytt blad.
- Fullständiga lösningar och motiveringar krävs! Specialfall ger inga poäng, när allmänna lösningar krävs.
- Sortera Dina lösningar i nummerordning.
- Läs igenom alla uppgifterna. De är inte sorterade efter svårighetsgrad.

1. Ge kortfattade motiveringar/lösningar till nedanstående uppgifter! Ett korrekt svar utan motivering ger inga poäng!

- a) Beräkna $k_1(A)$ (konditionstalet i ettnorm) då

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 40 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

(1p)

- b) Skriv talet 2.25 i binär form som flyttal i dator. Skriv den sedan i hexadecimalt (bas 16) form (3p)
- c) Beräkna Cholesky-faktoriseringen av matrisen nedan:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

(2p)

- d) Skriv fixpunktsiterationsmetod för $g(x) = \cos(x - 1) + x$. Bestäm fixpunkterna och konvergens. (3p)

2. Vi vill hitta en funktion på formen $f(x) = \cos(ax) + bx + \sin(cx)$ som satisfierar följande villkor $f(1) = 10, f'(1) = 15, f''(1) = 5$. Parametrar a, b, c ska bestämmas. Ställ upp ett system av ekvationer för problemet och formulera sedan Newton's metod för detta system. Försök inte att lösa systemet för hand. (3p)

3. Finn polynomet p av grad två med basfunktioner $t^j, j = 0, 1, 2$ som interpolerar punkterna $(1, 5), (2, 4)$ och $(3, 7)$.

(3p)

4.

- Vi vill beräkna integralen $\int_0^1 f(t) dt$ med hjälp av Gausskvadratur med n vikter. Skriv ut en linjär transformation, som behövs för att beräkna integral $\int_0^1 f(t) dt$ med hjälp av Gausskvadratur, samt metod, som beräknar integral $\int_0^1 f(t) dt$ med hjälp av Gausskvadratur med n vikter.

(2p)

- Använd Simpsons formel för att beräkna integralen $\int_0^1 5x^2 dx$.

(1p)

5.

- a) Skriv om följande ekvation som första ordningens system:

$$\begin{cases} y'''(t) &= y'(t) + ty(t), \\ y(0) &= 1, \\ y'(0) &= -1, \\ y''(0) &= 3. \end{cases}$$

(2p)

- b) Sätt upp bakåt-Euler metod för problemet

$$\begin{aligned} y'(t) &= (y(t))^3, \\ y(0) &= 1. \end{aligned}$$

Formulera den icke linjära ekvation som uppkommer för att beräkna y_{k+1} samt ställ upp Newtons metod för denna ekvation. (2p)

6.

Vi har en matematisk modell där c är kopplat till t på följande sätt (det står alltså två upphöjt till):

$$c \approx \alpha \cdot e^{1+(\beta+\alpha)t+\gamma t^2}$$

där α, β och γ är parametrar i modellen. Vi vill bestämma parametrarna givet mätvärden $(t_1, c_1), (t_2, c_2), \dots, (t_m, c_m), c_k > 0$. Gör lämpliga transformationer och variabelbyten och ställ upp ett linjärt minstakvadratproblem. Matrisen A samt vektorerna b och x skall redovisas! Visa också hur vi erhåller parametrarna från x .

(3p)