

# Att skriva en matematisk uppsats

- Del av kommunikationsspåret på matematikprogrammet.
- Tidigare har ni skrivit och presenterat kortare texter, nu ska vi fokusera på längre texter.
- Varför? Det räcker inte att ha ett resultat, ni behöver kunna kommunicera det på ett pedagogiskt och trovärdigt sätt.
- Förberedelse för att skriva kandidatarbete.

# Målgrupp

Till vem vill du kommunicera? Vad vet de sedan innan?

Vanliga målgrupper:

- Andra matematiker på samma nivå som du
- Forskare i andra ämnen
- Ingenjörer
- Studenter
- Beslutsfattare (chefer, myndigheter, politiker)
- Allmänheten (populärvetenskap, debattartiklar)

Vi ska fokusera på vetenskapliga texter.

# Viktiga aspekter av en text

- Struktur: vad har de olika delarna av texten för funktion och relation till varandra?
- Språkriktighet: korrekt stavning och grammatik.
- Stil: att använda rätt uttryck för genren.

# Artiklar i ren matematik: struktur

Mål: visa en eller flera satser. Rör sig helt inom matematikens formella struktur.

- Abstract: en kort sammanfattning av resultaten, kommer först i artikeln men skrivs sist.
- Innehållsförteckning (valfritt, saknas ofta).
- Introduktion: väcker intresse, sätter in resultaten i ett större sammanhang och motiverar varför de är viktiga (inom matematiken eller i tillämpningar). Relaterar resultaten till tidigare resultat i samma område. Ger ofta en översikt över artikelns upplägg.

# Artiklar i ren matematik: struktur

- Inför nödvändiga beteckningar (kallas ibland "Preliminaries").
- Gå igenom tidigare resultat som behövs för att visa vårt resultat.
- Huvuddelen av artikeln visar våra resultat. Delas upp i lämpliga avsnitt beroende på hur satserna och bevisen ser ut. Kan också innehålla exempel och tillämpningar inom andra delar av matematiken.
- Referenser.

# Referenser

- Det finns ett antal olika sätt att ange referenser – olika tidskrifter har olika standard. Välj ett och var konsekvent.
- Referera inte bara till en artikel/bok utan ange sida eller satsnummer också. Annars svårt för läsaren!
- Numrera de formler du vill referera till inom artikeln (men inte alla formler).

Strukturen i en matematisk text är en efterhandskonstruktion! När du löser en uppgift kanske du testat olika vägar, misslyckas, försöker igen, etc. Återge inte den processen i artikeln.

Tänk istället efter vilken presentation som är lättast att följa som läsare.

- I vilken ordning är det mest pedagogiskt att lägga fram materialet?
- Använd så enkla argument som möjligt.
- Ska delar av bevis lyftas ut som lemmor?
- Vilka steg kan lämnas till läsaren?

En sats och dess bevis är ett logiskt argument som leder fram till en slutsats under vissa förutsättningar. Oftast kan en matematisk artikel förstås på samma sätt, men på en större skala: den består av block som är förutsättningar för andra block. Det är en bra övning att göra ett flowchart över en artikel för att se hur delarna beror av varandra. Du behöver inte nödvändigtvis förstå detaljerna i bevisen för att göra det.



# Språkriktighet

- Alla formler är en del av en mening – formler är bara förkortningar för ord. Använd alltid fullständiga meningar.  
Ex: I meningen "Om  $x - 2 = 3$  så är  $x = 5$ ." är det verb dolda i formlerna.
- Matematiska termer har exakta definitioner! Använd dem rätt.
- Kontrollera din stavning och grammatik.
- Särskriv inte.
- Använd styckeindelning medvetet för att samla ihop meningar med samma ämne och signalera när du går över till ett nytt ämne.

**Theorem 3.4.** *Let  $E \rightarrow X \times X$  be a vector bundle with a section  $\eta$  which defines the diagonal  $\Delta$  of  $X \times X$ . We have*

$$\bar{\partial}K = [\Delta] - P,$$

where

$$(15) \quad K = \int_E u \wedge \left( \frac{D\eta}{2\pi i} + \frac{i\tilde{\Theta}}{2\pi} \right)_n \quad \text{and} \quad P = \int_E \left( \frac{D\eta}{2\pi i} + \frac{i\tilde{\Theta}}{2\pi} \right)_n,$$

and  $u$  is defined by (14).

Note that since  $D\eta$  contains no  $e_i$ 's, we have

$$P = \int_E \left( \frac{i\tilde{\Theta}}{2\pi} \right)_n = \det \frac{i\Theta}{2\pi} = c_n(E),$$

i.e. the  $n$ th Chern class of  $E$ .

*Proof.* We claim that

$$(16) \quad \frac{1}{(2\pi i)^n} \int_E R \wedge (D\eta)_n = [\Delta],$$

where  $R$  is defined by  $\nabla u = 1 - R$ . If this were true, we would have, by Lemma 3.3 and Proposition 3.2,

$$\begin{aligned} \bar{\partial} \int_E u \wedge \left( \frac{D\eta}{2\pi i} + \frac{i\tilde{\Theta}}{2\pi} \right)_n &= \int_E \bar{\partial} \left[ u \wedge \left( \frac{D\eta}{2\pi i} + \frac{i\tilde{\Theta}}{2\pi} \right)_n \right] = - \int_E \nabla \left[ u \wedge \left( \frac{D\eta}{2\pi i} + \frac{i\tilde{\Theta}}{2\pi} \right)_n \right] \\ &= - \int_E \left( \frac{D\eta}{2\pi i} + \frac{i\tilde{\Theta}}{2\pi} \right)_n + \frac{1}{(2\pi i)^n} \int_E R \wedge (D\eta)_n = [\Delta] - P. \end{aligned}$$

We want to use Proposition 2.2 to prove the claim (16), so we need to express the left-hand side of (16) in local coordinates. Since  $\eta$  defines  $\Delta$ , we can choose

Äldre matematiska texter använder i högre grad ord istället för formler.

Från Isaac Newton's "Opticks" (1704)

or edges there where the Light passeth through it, and let DE be the Ray incident upon the first side of the Prism AC where the Light goes into the Glass; and by putting the Proportion of the Sine of Incidence to the Sine of Refraction as 17 to 11 find EF the first refracted Ray. Then taking this Ray for the Incident Ray upon the second side of the Glass BC where the Light goes out, find the next refracted Ray FG by putting the Proportion of the Sine of Incidence to the Sine of Refraction as 11 to 17. For if the Sine of Incidence out of Air into Glass be to the Sine of Refraction as 17 to 11, the Sine of Incidence out of Glass into Air must on the contrary be to the Sine of Refraction as 11 to 17, by the third Axiom.

# Stil

- Använd "vi" som pronomen, även som ensam författare. Läsaren bjuds in att följa med.
- Verb ska vara i presens för att läsaren ska kunna följa med i de matematiska resonemangen i nutid.
- Använd aktiv verbform, inte passiv. (Inte "det inses att..." utan "vi inser att...")
- Kravet på logisk stringens utesluter inte möjligheten att t ex använda liknelser för att hjälpa läsaren att förstå och för att sätta in matematiken i ett större sammanhang.

Studenter skriver ofta så här:

"Nu ska vi bestämma värdet på  
vår parameter  $a$ , och då bestämmer vi att  
 $a$  ska vara 1."

Studenter skriver ofta så här:

"Nu ska vi bestämma värdet på vår parameter  $a$ , och då bestämmer vi att  $a$  ska vara 1."

En matematiker skriver istället:

"Sätt  $a=1$ ."

Uttryck dig kort och koncist! Gå igenom ditt utkast och ta bort onödiga fraser.

Matematiken har ett antal standard-formuleringar som är uppmaningar till läsaren, t ex:

"Sätt  $a = 1$ ."

"Låt  $U$  vara en öppen mängd."

"Betrakta funktionen  $f(x) = \sin(x)$ ."

Använd inte talspråk som exempelvis "kolla" och "plotta", men använd inte heller för uppstylat och formellt språk. Försök uttrycka dig enkelt och lättförståeligt.

Undvik "svengelska":  
säg "beteckna" och inte "denotera",  
och "tillämpa" istället för "applicera".



Exempel på att matematiktexter kan ha litterära kvalitéer:

"The study of sets and functions leads two ways. One path goes down, into the abysses of logic, philosophy, and the foundations of mathematics. The other goes up, onto the highlands of mathematics itself, where these concepts are indispensable in almost all of pure mathematics as it is today. Needless to say, we follow the latter course. We regard sets and functions as tools of thought, and our purpose in this chapter is to develop these tools to the point where they are sufficiently powerful to serve our needs through the rest of this book.

As the reader proceeds, he will come to understand that the words *set* and *function* are not as simple as they may seem. In a sense, they are simple; but they are potent words, and the quality of simplicity they possess is that which lies on the far side of complexity. They are like seeds, which are primitive in appearance but have the capacity for vast and intricate development."

från "Introduction to Topology and Modern Analysis" av G. F. Simmons

# Artiklar i tillämpad matematik

En artikel i tillämpad matematik rör sig mellan två olika typer av ämnen. Den kan:

- röra sig helt inom matematikens formella system i syfte att tillämpas senare,
- tillämpa en färdig matematisk modell på ett annat ämne,
- eller någonstans däremellan.

Du kan då behöva veta hur man skriver i båda ämnena. Därför en utveckling om struktur för artiklar i empiriska vetenskaper.

# Artiklar i empiriska ämnen: struktur

- **Introduktion:** väcker intresse, sätter in resultaten i ett större sammanhang och motiverar varför de är viktiga. Relaterar till tidigare resultat i samma område. Avgränsar undersökningen.
- **Metod:** Hur samlades data in? Material och utrustning? Används någon statistisk eller matematisk modell, och hur påverkar den i så fall vårt val av metod för att samla in data? Detta avsnitt möjliggör upprepning av försöket.

# Artiklar i empiriska ämnen: struktur

- Resultat: vad kom undersökningen fram till?
- Diskussion: hur påverkas resultaten av den valda metoden? Vad hade kunnat göras bättre? Har vi valt en bra statistisk/matematisk modell? Vad har resultaten för betydelse i en vidare mening? Vilken ytterligare forskning behövs?

När du använder en modell kanske du lyckas göra analytiska härledningar inom modellen och få exakta lösningar. Lyckas inte det får du kanske:

- Göra modellen enklare (men kanske inte lika bra) så att du kan härleda exakta lösningar.
- Använda numeriska metoder för att få en approximativ lösning.
- Använda datorbaserade metoder.

Gör klart för läsaren vad du använder för metoder och varför.

När du har fått resultat från modellen måste de tolkas. Vad betyder de? Kan de testas empiriskt?

# Bilder, grafer, tabeller, etc

- Kan hjälpa läsaren att förstå matematiska resonemang.
- Kan visa resultatet av datorbaserade metoder.
- Kan åskådliggöra data från empiriska försök.

Ha alltid en förklarande figurtext, och referera till och tolka figuren på lämpligt sätt i texten.

Kod läggs ofta som ett appendix.

# Övning: att diskutera struktur

Vi diskuterar kapitel 2 i Logemann och Ryan. Utifrån det vi sagt om struktur, fundera över lärobokens upplägg.

- Är det tydligt hur olika delar hänger ihop? (Gör gärna ett flowchart.)
- Vilka är huvudresultaten?
- Var förklaras beteckningar?
- Används figurer? Varför/varför inte?
- Sätts materialet in i ett större sammanhang? Tas tillämpningar upp?
- Hade du velat att det presenterats annorlunda?