Övningsuppgifter I

19/3 2012

Inlämnas 26/3

1 a) Skriv x^4 som en kombination av nedstigande potenser $x^{\underline{m}}$ (falling powers) och utnyttja detta för att ge ett slutet uttryck för $\sum_1^N n^4$

b)* Skriv ett datorprogram vilket gör det möjligt för dig att skriva x^{100} som en kombination av nedstigande potenser.

2 Beräkna $\sum_{0<x<5,5x\in\mathbb{Z}} x^3$

3 Beräkna $\sum_{k=1}^N k^2 3^k$

4 Beräkna summorna $\sum_{n=0}^\infty \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ och $\sum_{n=0}^\infty \frac{1}{n^2+5n+4}$

5 Finn en sluten form för $\sum_{n=0}^\infty \frac{1}{(2n)!} x^{\underline{2n}}$

6 * Är det möjligt att finna m, k, l förutom $(3, 1, 2)$ sådana att

$$\sum_1^N n^m = (\sum_1^N n^k)^l$$

7 Låt $\sum_{n=0}^\infty (-1)^n a_n$ vara en alternerande serie med $a_0 \geq a_1 \geq a_2 \cdots \geq 0$ och $\lim_{n\mapsto\infty} a_n = 0$ visa att den är konvergent.

8 Visa att funktionen $\pi(k) = k + (-1)^k c$ är en permutation av heltalen närhelst c är ett heltal

9 * Låt $\sum_n a_n$ vara en betingat konvergent serie, och låt $\pi(n)$ vara en permutation sådan att $|\pi(n) - n| < N$ där N är en fix konstant. Visa att $\sum_n a_{\pi(n)}$ är också konvergent.

10 Ge ett exempel på en oändlig dubbelsumma $\sum_{i,j>0} a_{ij}$ sådan att $\sum_{j>0} a_{i,j} = 0$ för varje i medan $\sum_{i>0} a_{i,j} = \infty$ för varje j.