Tentamensskrivning

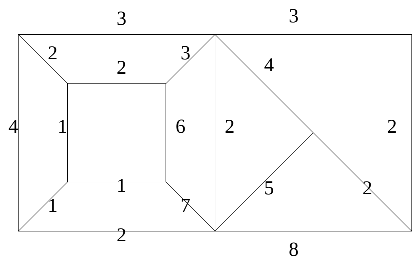
MAN240

Diskret Matematik

Lördagen den 26 augusti

8.30 - 13.30

1 [5] I nedanstående graf finn ett träd som spänner av minimal vikt



2 [5] Bland talen $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ väljes tre udda och två jämna tal ut. På hur många olika sätt kan detta göras?

3 [5] Finn upp till isomorfism alla grafer med en Hamiltoncykel, sex noder och åtta kanter.

4 [5] Sex kulor ligger i en rad konsekuetivt numrerade från ett till sex. Kula nummer fem tas upp och lägges mellan kula två och tre.
i) beskriv permutationen som en disjunkt union av cykler
ii) bestäm dess ordning!

5 [5] Finn alla partitioner av talet 6 med ett udda antal summander!

6 [5] En för FN standardiserad flagga består av tre horisontala rektangulära fält. Om vi antar att mittfältet inte får ha samma färg som något angränsande, hur många färger måste vi ha minimalt för att vara säkra på att vi kan åtminstone garantera att 250 olika länder kan få varsin flagga?

7 [5] I en klass är 10 rödhåriga, 12 är flickor och 5 är födda utanför Sverige. Alla de 8 rödhåriga flickorna är födda i Sverige, medan 2 av de som är födda utomlands är rödhåriga och 3 är flickor. I klassen finns det bara en endaste svensk pojke som inte är rödhårig. Hur många pojkar finns det totalt i klassen?

8 [10] En graf består av noder givna av elementen $0, 1, 2, \ldots n-1$ i $\mathbb{Z}_n$. Två noder a, b är sammanbundna med en kant om och endast om summan $a+b$ är jämn. Visa att grafen sammanfaller i två sammanhängande komponenter.

a) Visa att dessa är isomorfa om och endast om n är jämnt.

b) Visa att de båda komponenterna är reguljära samt bestäm graden hos dess noder i bägge fallen.

c) Avgör under vilka omständigheter vi kan finna eulervägar

d) Kan man i var och en av komponenterna finna en Hamiltoncykel?

9 [15] En blandning av en kortlek kan beskrivas som en permutation σ av 52 element. Finn en permutation (blandning) av en kortlek med maximal ordning. (Ordningen av en permutation σ är det minsta heltal $n > 0$ så att $\sigma^n = 1$)

10 [15] Låt X vara mängden av alla kvadratiska residyer $0, 1, 4, \ldots$ i $\mathbb{Z}_p$ för p ett udda primtal. Låt $X + 1$ vara mängden som uppstår om man translaterar X med ett, d.v.s. lägger till 1 till varje element i X.

a) Ange kardinaliteten av X i termer av p

b) Ange kardinaliteten av snittet $X \cap (X + 1)$ i termer av p (notera att svaret kan bero på huruvida $p \equiv \pm 1(4)$)

Ledning: Finn antalet lösningar till ekvationen $(x - y)(x + y) = 1$ genom att notera att för varje element $\alpha \neq 0$ kan vi skriva $1 = \alpha\alpha^{-1}$
Ulf Persson

17/8 2006

Skrivningsvakt: Milena Angelova & Marcus Better
tel: 076 2721861

25 poäng eller mer ger garanterat godkänt på kursen