

Tentamensskrivning

MAN240/TMA 382

Diskret Matematik

Torsdagen den 7 juni, 2007

8.30 - 13.30 - M

- 1 [5] Låt K_5 vara den kompletta grafen med fem noder. Finn alla träd, upp till isomorfi, som spänner grafen.
- 2 [5] Finn antalet homogena monom av grad tre i fyra variabler!
- 3 [5] Hur många permutationer π av sju element finns det av ordning tre (d.v.s. $\pi^3 = 1$ med $\pi \neq 1$)
- 4 [5] Låt $p > 2$ vara ett primtal och betrakta summan av alla kvadratiske residyer. Beräkna denna summa!
- 5 [5] Beräkna Eulerfunktionen $\phi(n)$ för $n = 35000$
- 6 [5] Hur många delvektorrum av dimension tre finns det i ett fem-dimensionellt vektorrum över kroppen med sju element?
- 7 [10] Finn antalet irreducibla polynom av grad fem över kroppen med två element! Är något av dessa polynom palindromiskt?
- 8 [10] En cyklisk kod $[n, k, d]$ i Z_2^6 (alltså $n = 6$) är givet av multiplerna av polynomet $x^2 + x + 1$.
 - a) Bestäm k , d.v.s. dimensionen av detta vektorrum.
 - b) Bestäm d , d.v.s. minsta vikten av en icke-noll vektor i detta rum.
- 9 [15] Definera polynom $\Theta_n(x)$ via

$$\prod_{n|d} \Theta_n(x) = x^d - 1$$

- a) Visa att dessa polynom (så kallade cyklotomiska polynom) är väl-definerade, speciellt bestäm $\Theta_6(x)$
- b) Använd Möbius inversionsformel (eller på annat sätt) för att härleda ett uttryck för graden av det cyklotomiska polynomet $\Theta_n(x)$
- c) Låt q vara ett primtal. Ge ett villkor på primtalet p för att det cyklotomiska polynomet $\Theta_q(x)$ såsom ett polynom över kroppen med p element skall splittras i linjära faktorer.

Ledning: Betrakta avbildningen $x \rightarrow x^q$ och avgör dess grad av surjektivitet

10 [15] Låt O_n vara den udda grafen bestående av alla delmängder av kardinal $n - 1$ till en mängd med kardinalitet $2n - 1$, och där två delmängder är förenade med en kant om och endast om de är disjunkta.

Visa att O_n kan nodfärgas med tre färger, men att två räcker inte.

11 [20] Betrakta Fibonacci serien $0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$ modulo ett primtal p .

i) Visa att denna är periodisk

ii) Visa att perioden delar antingen $p - 1$ eller $p + 1$ med ett undantag. För vilket primtal p gäller det inte?

Ledning: Betrakta en sluten formel för Fibonacci talen som en linjär kombination av två potenser.

Ulf Persson

27/5 2007

Skrivningsvakt: Oscar Marmon

tel: 076 2721861

35 poäng eller mer ger garanterat godkänt på kursen