

Tentamensskrivning

MMG610

Diskret Matematik

18/1 2008

1 [5] Låt K_5 vara den kompletta grafen med fem noder. Finn alla träd, upp till isomorfi, som spänner grafen.

2 [5] Beräkna Stirlingtalet $S(8, 3)$ av antalet partitioner av en mängd med åtta element i tre disjunkta icke-tomma delmängder.

3 [5] På hur många olika sätt kan vi permutera bokstäverna i 'ordet' AABB-BCCD?

4 [5] Beräkna kongruensen modulo 17 av 1002^{1003}

5 [5] Beräkna antalet ord av längd 15 formade ur ett alfabet med bokstäverna $\{a, b\}$ sådana att kombinationen $...bb..$ förekommer aldrig.

6 [5] Beräkna Eulerfunktionen $\phi(n)$ för $n = 35000$

7 [5] Finn upp till isomorfism alla grafer med en Hamiltoncykel, sex noder och åtta kanter.

8 [5] Hur många delvektorrum av dimension tre finns det i ett fem-dimensionellt vektorrum över kroppen med sju element?

9 [15] Beräkna antalet permutationer i S_7 (gruppen av permutationer av sju element) som

- saknar fixpunkter, d.v.s. de är 'derangements'.
- som kommuterar med permutationen $(12)(34)(567)$.
- av ordning tre (d.v.s. $\pi^3 = 1$ med $\pi \neq 1$)

10 [15] Låt F_n vara Fibonaccitalen definierade rekursivt av $F_0 = F_1 = 1$ och $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$

- Visa att $(F_{n+1}, F_n) = 1$ d.v.s. två påföljande tal i serien är relativt prima
- Finn tal a, b sådan att $aF_{n+1} - bF_n = 1$
- Beräkna sista siffran i F_{1001} samt ge en uppskattning av antalet siffror i talet.
- Visa att varje siffra kan uppkomma som sista siffra i ett Fibonaccital.

Ulf Persson 15/1 2008

Skrivningsvakt: Ragnar Freij tel: 076 2721861

35 poäng eller mer ger garanterat godkänt på kursen