

Tentamensskrivning

MMG610

Diskret Matematik

16/1 2009

- 1 [5] På hur många olika sätt kan vi permutera bokstäverna i 'ordet' AABB-BCCCCD?
- 2 [5] Beräkna kongruensen modulo 19 av 1005^{10007}
- 3 [5] Beräkna Eulerfunktionen $\phi(n)$ för $n = 35000$
- 4 [10] Bestäm maximum av alla heltal n sådana att 10^n delar $100!$
- 5 [10] Beräkna antalet ord av längd 15 formade ur ett alfabet med bokstäverna $\{a, b\}$ sådana att kombinationen $\dots bb\dots$ aldrig förekommer .
- 6 [10] Beräkna Stirlingtalen $\left\{ \begin{smallmatrix} 9 \\ 4 \end{smallmatrix} \right\}$ av antalet partitioner av en mängd med nio element i fyra disjunkta icke-tomma delmängder, och $\left[\begin{smallmatrix} 7 \\ 3 \end{smallmatrix} \right]$ av antalet uppdelningar av en permutation av sju element i tre cykler.
- 7 [10] Ge en 'vägbeskrivning' till det rationella talet $\frac{223}{29}$ i Stern-Brocot trädets. (D.v.s. beskriv när man skall ta av åt höger eller vänster.)
- 8 [15] Beräkna antalet permutationer i S_7 (gruppen av permutationer av sju element) som
 - a) saknar fixpunkter, d.v.s. de är 'derangements'.
 - b) som kommuterar med permutationen $(12)(34)(567)$.
 - c) av ordning tre (d.v.s. $\pi^3 = 1$ med $\pi \neq 1$)
- 9 [15] Betrakta binominal koefficienterna $\binom{1000000}{k}$ för $0 \leq k \leq 1000000$ beräkna antalet jämna sådana!
- 10 [15] Finn en andragradsekvation $x^2 + ax + b = 0$ med heltalskoefficienter samt med en rot $1 + \sqrt{2}$. Utnyttja denna för att definera en rekursiv följd G_n av heltal (d.v.s. $G_{n+2} = AG_{n+1} + BG_n$ för några lämpligt valda heltal A, B) sådana att $\lim_{n \rightarrow \infty} G_{n+1}/G_n = 1 + \sqrt{2}$ samt ge ett slutet explicit uttryck för elementen i följd.

Hjälpmedel: Miniräknare.

Ulf Persson 13/1 2009

Skrivningsvakt: Ida Säfström tel: 076 2721861

50 poäng eller mer ger garanterat godkänt på kursen 80 poäng eller mera garanterat väl godkänt.