

Tentamen i Analytiska funktioner MMG700 den 23 april -14 kl 8.30-12.30

Hjälpmedel: BETA, inga räknare Telefon: Christoffer Standar 0703-088304 Maxpoäng 24,
betygsgränser 12 resp 18

- 1) Formulera och bevisa Taylors formel. State and prove Taylor's formula.
- 2) Formulera och bevisa Liouilles sats. State and prove Liouville's theorem.
- 3) Finn två olika funktioner, f och g , holomorfa i $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ sådana att $f\left(\frac{1}{n}\right) = g\left(\frac{1}{n}\right)$. Find two different functions holomorphic except in 0 satisfying the equality.
- 4) Hur många nollställen har $z^4 + z^2 + 3z + 6$ i $1 < |z| < 2,1$? How many zeros?
- 5) Beräkna/ Compute $\int_0^\infty \frac{\cos 2x}{(x^2+1)(x^2+2)} dx$
- 6) Avbilda området definierat av $|z - 1| > 1$, $|z + 1| > 1$ konformt på enhetsskivan. Map the region conformally onto the unit disc.
- 7) Antag $\sum |a_n| < \infty$ Visa att $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^\infty a_n k^{-n} = a_0$. Ge ett exempel där gränsrelationen inte håller (och följaktligen inte antagandet heller). Suppose the sum to be absolutely convergent. Show the limit. Give an example where the limit is not true (and hence the assumption false as well)
- 8) f avbildar enhetsskivan till sig själv, är holomorf och $f(0) = 1/2$. Visa att $|f'(0)| \leq 3/4$. f maps the unit disk to itself, is holomorphic, and $f(0) = 1/2$. Show that $|f'(0)| \leq 3/4$