

Tentamen i Analytiska funktioner MMG700 den 16 april -15 kl 8.30-12.30

Hjälpmåte: Beta, inga räknare Telefon: John Bondestam Malmberg 0703-088304 Maxpoäng 24
betygsgränser 12 och 18p

- 1) Formulera och bevisa Cauchys integralformel. State and prove the Cauchy integral formula.
- 2) Formulera och bevisa Rouchés sats. State and prove Rouché's theorem.
- 3) Serien $\sum_0^\infty a_n$ konvergerar. Vad kan man säga om konvergensradien för $\sum_0^\infty a_n z^n$? Ge ett exempel som visar att man inte kan säga mer. What can be said about the radius of convergence? Give an example showing that no more can be said.
- 4) Hur många nollställen har $z^4 + z^2 + 5z$ i $1 < |z| < 2$? How many zeros?
- 5) Beräkna / Calculate $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^4}$
- 6) Funktionen f är hel och $|\arg f| < \frac{\pi}{4}$. Visa att f är konstant. Show that f is constant if it is entire and satisfies the argument condition.
- 7) Vad är bilden under $1/z$ av kvadraten med hörn i $\pm 1 \pm i$? What is the image of the square with given corners under the map $1/z$?
- 8) Funktionen f är holomorf i $|z| \leq 1$. På $|z| = 1$ gäller $\left| \frac{f'(z)}{(f(z)-a)f(z)} \right| < \frac{1}{a}$. Visa att f och $f - a$ har lika många nollställen i $|z| < 1$. f is holomorphic on the closed unit disc and satisfies the given condition on the boundary. Show that f and $f - a$ have the same number of zeros in the interior.