

Formelblad, Analytiska funktioner

Några Möbiusavbildningar

- $z \mapsto \frac{z-i}{z+i}$ avbildar övre halvplanet på enhetsdisken.
- $z \mapsto \frac{z+i}{z-i}$ avbildar undre halvplanet på enhetsdisken.
- $z \mapsto \frac{z-1}{z+1}$ avbildar höger halvplan på enhetsdisken.
- $z \mapsto \frac{z+1}{z-1}$ avbildar vänster halvplan på enhetsdisken.

Några Taylorutvecklingar

- $e^z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \dots$
- $\sin z = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{z^{2k+1}}{(2k+1)!} = z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \dots$
- $\cos z = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{z^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \dots$
- $\sinh z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k+1}}{(2k+1)!} = z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \dots$
- $\cosh z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k}}{(2k)!} = 1 + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \dots$

Några trigonometriska identiteter

- $e^{iz} = \cos z + i \sin z$
- $\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$
- $\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$
- $\sinh z = \frac{e^z - e^{-z}}{2} = -i \sin iz$
- $\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2} = \cos iz$

- $\sin(x + iy) = \sin x \cos iy + \cos x \sin iy = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$
- $\cos(x + iy) = \cos x \cos iy - \sin x \sin iy = \cos x \cosh y - i \sin x \sinh y$

Jordans olikhet: $2\theta/\pi \leq \sin \theta \leq \theta$ för $0 \leq \theta \leq \pi/2$

Några ekvationer

- $e^z = 1 \iff z = 2k\pi i, k \in \mathbb{Z}$
- $e^z = -1 \iff z = (2k + 1)\pi i, k \in \mathbb{Z}$
- $\sin z = 0 \iff z = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\cos z = 0 \iff z = \pi/2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$