
Tentamen i Analytiska funktioner, MMG700
Fredagen den 18 augusti 2017, 14⁰⁰ – 18⁰⁰

1. Formulera och bevisa Liouvilles sats. (3p)
2. Formulera och bevisa maximumprincipen. (3p)
3. Bestäm Laurentutvecklingen av $1/(z^2 - z - 2)$ i området $\{z; 0 < |z - 2| < 3\}$. (3p)
4. Hur många nollställen har $p(z) = z^4 + 2z + 10$ i annulusen $\{z; 1 < |z| < 2\}$? (3p)
5. Beräkna integralen $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1 + x^4}$. (3p)
6. Låt $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ vara holomorf och antag att $f(z) = \operatorname{Im} z$ för z på imaginäraxeln. Bestäm $f(1)$. (3p)
7. Avbilda området $\{z; |z + 1| > 1, |z - 1| > 1\}$ konformt på enhetsdisken. (3p)
8. Låt H vara höger halvplan och $f: D(0, 1) \rightarrow H$ en holomorf funktion sådan att $f(0) = 1$ och $f'(0) = 2$. Visa att $f(z) = \frac{1+z}{1-z}$. (3p)
(Hint: Schwarz lemma)