MATEMATIK
Göteborgs universitet
Håkan Samuelsson Kalm

Hjälpmedel: Bifogat formelblad
Telefonvakt/rond:
Tim Cardilin, 0703 08 83 04

Tentamen i Analytiska funktioner, MMG700

Tisdagen den 5 januari 2016, $14^{00} - 18^{00}$

1. Formulera och bevisa Liouvilles sats. (3p)
2. Visa att om f är holomorf i $D(0,1)$ och kontinuerlig på $\overline{D(0,1)}$ så antar f sitt största värde på randen $\partial D(0,1)$ av $D(0,1)$. (3p)
3. Visa att om f är holomorf i $D(0,1) \setminus \{0\}$ och $|f| \leq 1$ där så har f en holomorf utvidgning till hela $D(0,1)$. (3p)
4. Beräkna integralen $\displaystyle\int_\gamma \tan z \, dz$ där γ är kurvan $\{z;\ |z-1| = 1\}$ orienterad moturs. (3p)
5. Beräkna integralen $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\cos x}{(x^2+1)(x^2+4)}\, dx$. (3p)
6. Visa att alla nollställen till $p(z) = 3z^3 + z^2 + 1$ finns i $\{z;\ 1/2 < |z| < 1\}$. (3p)
7. Bestäm Laurentutvecklingen av $\dfrac{1}{z(z+1)(z+2)}$ i området $\{z;\ 1 < |z| < 2\}$. (3p)
8. Avbilda området $\{z;\ |z| < 1,\ \operatorname{Im} z > 0\}$ konformt och surjektivt på $D(0,1)$ så att punkten $z = i/(1+\sqrt{2})$ avbildas på origo. (3p)

Lycka till! /H.S.K.