MATEMATIK
Göteborgs universitet
Håkan Samuelsson Kalm

Hjälpmedel: Bifogat formelblad
Telefonvakt/rond:
Håkan Samuelsson Kalm, 772 35 68

Tentamen i Analytiska funktioner, MMG700

Fredagen den 28 oktober 2016, $8^{30} - 12^{30}$

1. Formulera och bevisa Cauchys sats för en triangel. (3p)

2. Formulera och bevisa Liouvilles sats. (3p)

3. Låt f vara en holomorf funktion i $\mathbb{C}$ sådan att $f(1-1/n) = 1-1/n$ för $n = 1, 2, 3, \ldots$. Beräkna $f(2)$. (3p)

4. Bestäm principaldelen av Laurentutvecklingen av $\dfrac{1}{\sinh z - \sin z}$ runt origo. (3p)

5. Hur många nollställen har $z^3 + z^2 + 1$ i $\{z;\, 3/4 < |z| < 3/2\}$? (3p)

6. Avbilda området $\{z;\, 0 < \arg z < \pi/2,\, |z| < 1\}$ konformt och surjektivt på övre halvplanet. (3p)

7. Beräkna integralen $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin z}{x^2 + 2x + a}\, dz$ för alla konstanter $a > 1$. (3p)

8. Låt f vara holomorf i en omgivning till $\overline{D(0,1)}$. Antag att f har ett nollställe av ordning $k \geq 1$ i origo, men inga andra nollställen. Visa att (3p)

$$\int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{z f(z)}\, dz = \frac{2\pi i}{k+1} \frac{f^{(k+1)}(0)}{f^{(k)}(0)}.$$

Lycka till! /H.S.K.