

Tentamen i Analytiska funktioner MMG700 14 april -12 kl 8.30-12-30

Telefon: Emil Gustafsson 0703-088304 Hjälpmedel: BETA, inga räknare Totalpoäng 24,
betygsgränser 12 och 18

- 1) Formulera och bevisa Cauchys Integralformel. State and prove the Cauchy integral formula.
- 2) Formulera och bevisa Liouvilles sats. State and prove Liouville's theorem.
- 3) f är hel och $\operatorname{Re}(f) > \operatorname{Im}(f)$. Visa att f är konstant. Show that the entire function f is constant if the condition holds.
- 4) Hur många nollställen har $z^5 - 2z^3 + 8$ i $1 < |z| < 2$? How many zeros?
- 5) Beräkna / calculate $\int_0^\infty \frac{\cos(x)dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$
- 6) Finns det en Möbiustransformation som avbildar $1, i, -1, -i$ på $0, 1, 2, 3$ i den givna ordningen? Does there exist a Möbius transformation mapping $1, i, -1, -i$ to $0, 1, 2, 3$ in that order?
- 7) Avbilda den uppskurna cirkeln $|z| < 1, -\pi < \arg(z) < \pi$ på $|w| < 1$ konformt och så att 0 avbildas på -1 . Find a conformal map of the slit disc to the unit disc such that 0 maps to -1 .
- 8) Visa Hermites interpolationsformel: Om f är analytisk på och innanför C kan polynomet p av grad n sådant att $p(z_k) = f(z_k)$ $k = 1, 2, 3 \dots n + 1$ skrivas
$$p(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\omega(t) - \omega(z)}{\omega(t)(t-z)} f(t) dt$$
 där $\omega(z) = \prod_1^{n+1} (z - z_k)$. Prove the Hermite interpolation formula, i.e. that the interpolating polynomial p of degree n is given by the above formula if f is analytic on and inside the curve C .