Tentamen i Analytiska funktioner MMG700 den 24 augusti -12 kl 8.30-12.30

Hjälpmedel: BETA, inga räknare   Telefon: Urban Larsson 0703-088304 Maxpoång 24, gränser 12 och 18

1) Formulera och bevisa Rouches sats. State and prove Rouche's theorem.
2) Formulera och bevisa maximumprincipen. State and prove the maximum principle.
3) f är analytisk på och innanför $|z| = 1$ och på kurvan är $|f(z)| < 3$. Visa att $f(z) = 3$ saknar lösning i $|z| < 1$. f is analytic on and inside the circle and satisfies the above estimate on the circle. Prove that there is no solution to $f(z) = 3$ in the disc.
4) Beräkna/ Calculate $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{sin3x}{x^2+x+1} dx$
5) Hur många nollställen /How many zeros har $z^3 + z + 4$ i $1 < |z| < 2$?
6) Låt f vara hel och 2π-periodisk på reella axeln. Visa att f är periodisk i hela planet.
   f is entire and has period 2π on the real axis.Show that f is periodic in the entire plane
7) Området D består av övre halvplanet minus sträckan [0,i]. Vad är bilden av D under $w = \frac{z}{z-i}$?
   D consists of the upper half plane minus the segment [0,i]. What is the image of D ?
8) Funktionen f är hel och $|fjärdederivatan| \leq 3$ (Häggkvistvillkoret) i hela planet.
   Visa att f är ett polynom. f is entire and the modulus of the fourth derivative is bounded by 3 in the entire plane. Show that f is a polynomial.