Tentamen i Analytiska funktioner MMG700 den 21 dec -12 kl 14.00-18.00

Hjälpmedel: Beta, inga räknare Telefon: John Bondestam Malmberg 0703-088304 Maxpoäng 24
Betygsgränser 12 och 18

1) Formulera och bevisa Moreras sats. State and prove Morera's theorem.
2) Formulera och bevisa Liouvilles sats. State and prove Liouville's theorem.
3) Funktionen f är hel och uppfyller $|f|^2 = 2\,Re(f)$. Visa att f är konstant. f is entire and satisfies the condition. Prove that f is constant
4) Hur många nollställen/how many zeros har $z^5 + z^2 + z + 16$ i $1 < |z| < 2$?
5) Beräkna/Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{sin2x}{x^2+x+1} dx$
6) Finn residun i 0 till/Find the residue in 0 of $1/sin^2\, x$
7) Avbilda området beskrivet av $|z| < 1 \;\; och \;\; |z - i - 1| < 1$ konformt på övre halvplanet. Map the given lens-shaped region conformally onto the upper half plane.
8) $f(z) = \sum_0^\infty a_n z^n$ $a_{n+1}/a_n = 1 + \mathcal{O}(R^{-n})$ Visa att f är meromorf I $|z| < R$, holomorf så när som på en enkelpol i 1. Show that f is meromorphic in $|z| < R$, holomorphic except for a simple pole in 1