

## Tentamen i Analytiska funktioner MMG700 den 20 december -13 kl 14.00-18.00

Hjälpmedel: BETA, inga räknare    Telefon: Anna Persson 0703-088304    Maxpoäng 24, betygsgränser 12 och 18

- 1) Formulera och bevisa Taylors formel. State and prove Taylor's formula.
- 2) Formulera och bevisa argumentprincipen. State and prove the argument principle.
- 3) Finns det en hel funktion  $f$  sådan att  $f(x) = |x|$  för reella  $x$ ? Does there exist an entire function that equals the absolute value for real arguments?
- 4) Beräkna /Evaluate  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+2)}$
- 5) Hur många nollställen har  $z^4 + 2z + 10$  i  $1 < |z| < 2$ ? How many zeros?
- 6) Avbilda området beskrivet av  $|z| < 2$  och  $|z - 1| > 1$  konformt på enhetscirkeln. Map the region conformally to the unit disc.
- 7) Utveckla  $\frac{1}{(z-1)(z-2)^2}$  i potenser av  $z$  i  $1 < |z| < 2$ . Expand in powers of  $z$  in the given region.
- 8)  $D = \{z: |\arg(z)| < \pi/4\}$   $f: D \rightarrow D$  holomorf och  $f(1) = 1$ . Visa att  $|f'(1)| \leq 1$ . Show that the estimate on the derivative follows.