

Tentamensskrivning i MAN500, Differentialgeometri

1. Betrakta spiralkurvan

$$\gamma(t) = (a \cos t, a \sin t, bt),$$

där a och b är positiva konstanter. Bestäm båglängdsparametriseringen. Beräkna krökning och torsion för kurvan.

2. Visa den isoperimetriska olikheten för en enkel sluten reguljär i planet (Wirtingers lemmas får antas).
3. Låt $f: S_1 \rightarrow S_2$ vara en kontinuerlig avbildning från en reguljär yta S_1 till en reguljär yta S_2 . När sägs f vara differentierbar i punkten $p \in S_1$? Visa att definitionen inte beror på val av lokala parametriseringar.

4. Bestäm de asymptotiska linjerna på skruvytan

$$\sigma(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av).$$

5. Visa att Dinis yta

$$\sigma(u, v) = (a \cos u \sin v, a \sin u \sin v, bu + a(\cos v + \log \tan \frac{v}{2})),$$

där $0 \leq u \leq 2\pi$, $0 < v < \pi$, har konstant negativ Gaußkrökning. För vilka parametervärden är parametriseringen ej reguljär?

6. Beskriv geodeterna på en rotationsellipsoid, som uppstår när en ellips roteras om en av axlarna. (5p).

Varje uppgift (utom en) ger maximalt 4 poäng. För godkänd skrivning krävs minst 12 poäng. För väl godkänd krävs minst 18 poäng (utan bonuspoäng).

Tentan räknas vara färdig rättad fredagen den 30 mars.

Lycka till!

Jan Stevens