MATEMATIK
Göteborgs universitet

MMG720 Differentialgeometri vt11

INLÄMNINGSUPPGIFT 3

1. Betrakta ytan $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid xyz = 1\}$. Bestäm alla navelpunkter på S, och beräkna normalkrökningen i navelpunkterna.

2. Visa att alla punkter på ytan $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x + y^3\}$ är plana eller paraboliska. Visa att genom varje punkt (x_0, y_0, z_0) på ytan går en krökningslinje som innehåller en plan punkt. Bestäm krökningslinjen och den plana punkten.

3. En yta är en Liouville-yta om det finns en atlas med kartor $\sigma(u, v)$ vars första fundamentalformen är

$$ds^2 = (f(u) + g(v))(du^2 + dv^2) \ .$$

Vias att varje rotationsyta är en Liouville-yta.
Visa att geodeterna på en Liouville-yta kan bestämmas genom integration som

$$\int \frac{d\,u}{\sqrt{f(u) + c}} = \pm \int \frac{d\,v}{\sqrt{g(v) - c}} + e \ ,$$

där c och e är integrationskonstanter.
Ledning: sätt $a = (f+g)u'$, $b = (f+g)v'$ och visa från diffekvationen för geodeter att $2aa' = f_u u'$, $2bb' = g_v v'$.

Lösningar lämnas senast måndagen den 7 mars 2011.